

Relatório Final

Título do projeto de pesquisa: Estudo de Métodos de Marcha no Tempo para Análise Aeroelástica de Configurações Aeroespaciais

Bolsista: Gilberto Bueno Luque Filho

Orientador(a): Joao Luiz Filgueiras de Azevedo

Período a que se refere o relatório: Agosto de 2017 a Agosto de 2018

Resumo

Nas últimas três décadas, o desenvolvimento por soluções computacionais de escoamentos não estacionários tem sido fortemente buscado e tem se posicionado como peça chave no desenvolvimento de novas aeronaves. Atualmente, o cálculo destes escoamentos complexos ainda é extremamente caro para aplicações em engenharia. Assim, o presente trabalho tem por objetivo desenvolver um esquema eficiente de integração temporal e concatenar uma solução de sistema linear que proporcione aceleração de convergência para o código de volumes finitos. Ou seja, reduzir o tempo computacional de simulações aeroelásticas sobre configurações aeroespaciais. O método de solução de sistema linear considerado é o GMRES, algoritmo de resíduos mínimos generalizado. Casos testes clássicos da indústria aeronáutica serão utilizados para avaliar as soluções viscosas em condição de flutter.

1. Introdução

A eficiência e acurácia da Dinâmica dos Fluidos Computacionais (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) estão totalmente associadas ao desenvolvimento da capacidade computacional em armazenamento de dados e velocidade de processamento [1]. Atualmente, o crescimento exponencial do poder de cálculo dos processadores, a otimização de projetos de aeronaves modernas e o desejo de simular fenômenos de escoamentos cada vez mais complexos expandiram os objetivos do CFD no que diz respeito à robustez e eficiências dos algoritmos numéricos. Turbulência em um escoamento separado e a interação choque - camada limite são alguns dos exemplos da complexidade que a indústria tem enfrentado.

Além do mais, a não estacionariedade de um escoamento real aumenta, não somente a complexidade do problema, mas também os requisitos computacionais para a simulação do mesmo. Os resultados de escoamentos não estacionários carregam informações importantes como o efeito da histerese e, quando acopladas com as propriedades estruturais e elásticas, podem desencadear fenômenos indesejáveis ou até mesmo catastróficos na aeronave como *buffeting*, *flutter* e o fenômeno de *transonic dip* [2]. Portanto, para se levarem em conta os fenômenos acima mencionados em um algoritmo numérico, a marcha no tempo não pode mais ser negligenciada. Entretanto, este processo é extremamente custoso nas aplicações industriais.

Assim, o presente trabalho se insere em uma linha de pesquisa que vem sendo desenvolvida na ALA há alguns anos e que tem por objetivo criar a capacidade de simular escoamentos não estacionários de forma a obter o operador aerodinâmico para análise aeroelástica. Em particular, neste caso, há interesse em aumentar as escalas de tempo em cada “passo” não estacionário sem perda de acurácia dos dados numéricos. Para um regime de voo transônico, que é altamente não linear, os fenômenos aeroelásticos, como flutter, são extremamente relevantes e precisam ser analisados usando uma formulação aerodinâmica também não linear. Desta forma, é interessante utilizar técnicas de mecânica dos fluidos computacionais (CFD) para formular o operador aerodinâmico para esta análise em tal regime de voo.

Além disso, como tipicamente flutter é um fenômeno de baixa frequência, quando comparado, por exemplo, com toda a faixa de frequência de resposta aeroelástica, é possível e interessante buscar uma maior eficiência no tempo de cálculo por meio de aumentos no valor dos passos no tempo utilizados na solução não estacionária das equações governantes do escoamento do fluido. Para tanto, o trabalho irá envolver desenvolver esquemas eficientes de integração temporal e algoritmos de solução de sistema linear que possam proporcionar aceleração de convergência para o método de volumes finitos quando aplicado a simulações não estacionárias. O método de solução de sistema linear considerado é o GMRES, algoritmo de resíduos mínimos generalizado.

2. Materiais e Métodos

As equações de Navier-Stokes são um sistema acoplado de equações parciais diferenciais que são deduzidas sobre a hipótese de um movimento compressível, viscoso e não estacionário de um fluido. Com cinco (5) variáveis conservadas, massa específica, três (3) componentes de quantidade de movimento linear e energia, sua forma diferencial pode ser escrita por meio de um balanço físico dos fluxos dentro do volume de controle, usando-se a segunda lei de Newton, a equação de conservação da massa e a primeira lei da termodinâmica.

$$\begin{aligned} \text{eq. continuidade:} \quad & \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 , \\ \text{eqs. quant. de movimento:} \quad & \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} , \\ \text{eq. da energia:} \quad & \rho \frac{DH}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} - q_H] . \end{aligned} \quad 2.1$$

Com o intuito de fechar o sistema mencionado, algumas considerações sobre o fluido devem ser feitas como, por exemplo, considerá-lo um gás perfeito, que o fluxo de calor é obtido por meio da lei de condução de calor de Fourier e assumir um fluido newtoniano, no qual o tensor de tensões viscosas, em notação de Einstein, é dado por:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda \partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad 2.2$$

onde μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica molecular, δ_{ij} é o delta de Kronecker e λ é o segundo coeficiente de viscosidade dinâmica. É sugerido que as equações sejam reescritas na forma conservativa, para evitar os problemas oriundos da presença de possíveis descontinuidades e regiões de gradientes elevados no escoamento. Portanto, as equações na forma conservativa e vetorial (com vetores algébricos) podem ser escritas como:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0. \quad 2.3$$

Onde Q é o vetor das variáveis de estado e E e F são os vetores de fluxo de x e y . Estes termos bem como as contribuições viscosas e invíscidas dos vetores de fluxo, E_v , F_v , E_e e F_e são dados por:

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{Bmatrix}, \quad E_e = \begin{Bmatrix} \rho U_c \\ \rho u U_c + p \\ \rho v U_c \\ (e + p)U_c + x_t p \end{Bmatrix}, \quad E_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{ii} \\ \tau_{ij} \\ \tau_{ii}u + \tau_{ij}v - q_i \end{Bmatrix}, \quad 2.4$$

$$F_e = \begin{Bmatrix} \rho V_c \\ \rho u V_c \\ \rho v V_c + p \\ (e + p)V_c + y_t p \end{Bmatrix}, \quad F_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ \tau_{jj} \\ \tau_{ij}v + \tau_{jj}v - q_j \end{Bmatrix} \quad 2.5$$

onde a energia total por unidade de volume e e a lei dos gases perfeito são definidas por:

$$e = \rho \left[e_i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right], \quad 2.6$$

$$p = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right], \quad 2.7$$

e U_c e V_c são as velocidades contra variantes da malha moveis para o caso nao estacionário.

Estas equações governam o movimento do fluido considerado e, de acordo com Fletcher [3] e Hirsch [4], este conjunto de equações não possui uma solução analítica geral e é conhecida por possuir uma manipulação algébrica não trivial. Por esta razão, uma vasta gama de métodos numéricos tem sido desenvolvida para lidar com este impasse. Neste contexto, surge a idéia da dinâmica de fluidos computacionais (CFD) com a proposta de realizar análises numéricas do escoamento de qualquer fluido ou gás.

Um dos grandes problemas é a dimensão da malha a ser utilizada, pois esta deve ter nela todos os tamanhos das escalas das flutuações estatísticas dos fenômenos físicos relevantes.

Outro problema, para uma simulação não estacionária, é processo de marcha no tempo físico é outro fator que acarreta no alto custo do código, principalmente quando acoplado a não linearidades de escoamentos turbulentos, efeitos compressíveis e aeroelásticos. Portanto, a metodologia proposta para a implementação e validação consiste em transformar a marcha no tempo explícita, realizada por meio de um método de Runge-Kutta de cinco estágios e de segunda ordem, em um método de Euler implícito acoplado, como já mencionado quando da discussão do método de marcha no tempo dual. Desenvolvido por Jameson [5], o método de marcha no tempo dual, ou *Dual Time Stepping (DTS)*, é um método extremamente difundido no meio da comunidade de dinâmica de fluidos computacional. Este método realiza a integração temporal do sistema de equações introduzindo uma nova variável temporal, tipicamente denominada pseudo-tempo, e fazendo com que, dentro de cada passo no tempo físico, seja resolvido um problema de estado estacionário no pseudo-tempo. A expectativa com a utilização deste método é que se possam empregar métodos de integração implícitos em problemas de estado não estacionários e, portanto, utilizar passos no tempo maiores em tais problemas. Entretanto, uma característica desfavorável do método de passo no tempo dual é a falta de estimativa do erro para a precisão do tempo disponível, a menos que as iterações internas estejam totalmente convergidas, embora as experiências tenham demonstrado precisão de segunda ordem no tempo.

Desta forma, a equação 2.3 ao ser aplicado um esquema de Euler implícito de primeira ordem de acurácia no passo no tempo, resulta em:

$$Q^{n+1} = Q^n + \Delta t \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)^{n+1} = Q^n + \Delta t \left(-\frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \right)^{n+1}. \quad 2.8$$

Para se computar os termos de fluxo, a informação do novo passo no tempo é necessária, por esta razão, uma linearização no tempo por expansão em série de Taylor é utilizada e a equação 2.8 pode ser reescrita como:

$$Q^{n+1} = \Delta t \left(-\frac{\partial \left(E^n + \frac{\partial E}{\partial Q} \Delta Q^n \right)}{\partial x} - \frac{\partial \left(F^n + \frac{\partial F}{\partial Q} \Delta Q^n \right)}{\partial y} \right) \quad 2.9$$

onde

$$\Delta Q^n = Q^{n+1} - Q^n. \quad 2.10$$

Trabalhando algebricamente na equação 2.9, pode-se escrever:

$$\Delta Q^n = \Delta t \left(-\frac{\partial E^n}{\partial x} - \frac{\partial F^n}{\partial y} \right) - \Delta t \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E^n}{\partial Q} \Delta Q^n \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F^n}{\partial Q} \Delta Q^n \right) \right], \quad 2.11$$

E definindo :

$$A^n = \frac{\partial E}{\partial Q}, \quad B^n = \frac{\partial F^n}{\partial Q}, \quad F^n = (A^n + B^n), \quad 2.12$$

Então,

$$\left[1 - \Delta t \left(\frac{\partial F}{\partial \psi} \right)^n \right] \Delta \psi = \Delta t F^n. \quad 2.13$$

O termo $\left(\frac{\partial F}{\partial \psi} \right)^n$ é conhecido como matriz Jacobiana de fluxo, a qual possui uma influência significativa na margem de estabilidade do sistema linear.

3. Resultados

Até o presente momento o autor constatou que a parte não estacionária não viscosa é custosa, mas com tempo aceitável, permitindo que rodadas sejam realizadas e curvas de histereses sejam obtidas. Entretanto, para o caso viscoso, apesar de o modelo de fechamento de turbulência de *Spalart-Allmaras* ter sido validado e verificado, bem como o método de marcha no tempo dual, o *dual time-stepping*, essas rodadas são exageradamente custosas, com baixíssimas taxas de convergência, inviabilizando os estudos mais aprofundados nestas ferramentas, como pode ser visto na Figura 1. Além do mais, resultados estacionários não convergidos totalmente entre os passos no tempo físico, ou seja, durante o processo de marcha no tempo dual, impedem que a metodologia seja efetiva no processo de integração.

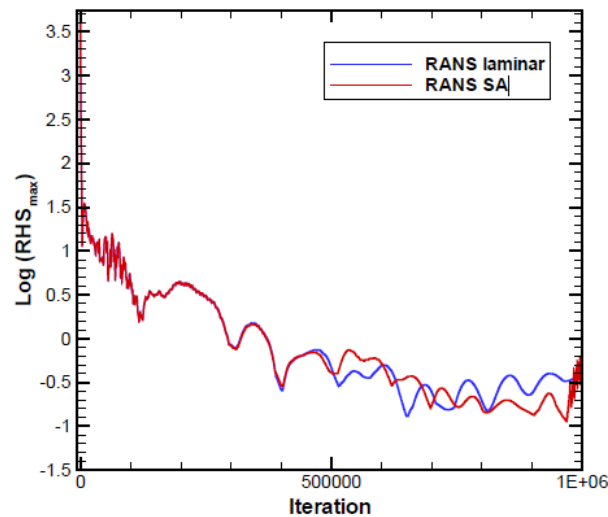
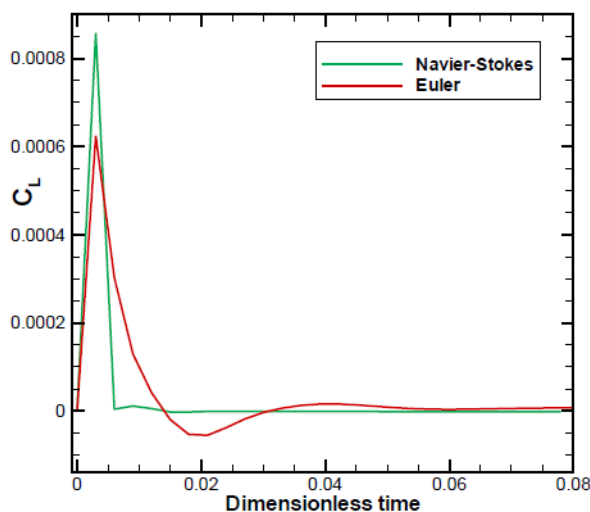
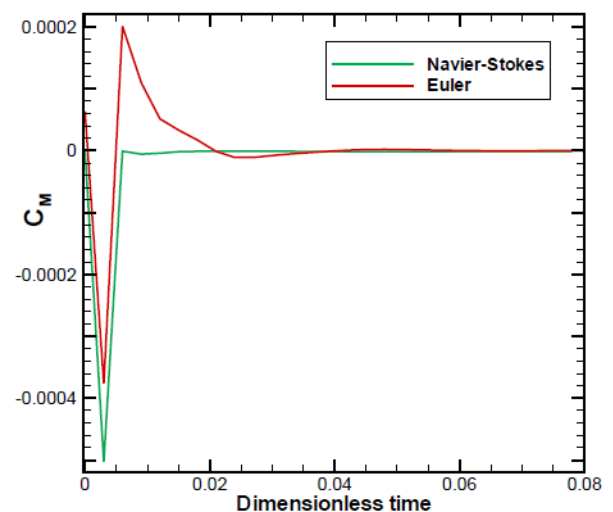


Figura 1: Histórico de convergência para uma simulação estacionaria laminar e turbulenta para NACA0012 em Mach 0.8 e número de Reynolds de 12 milhões [6].

Mesmo custosas, rodadas foram realizadas para se obter um histórico dos coeficientes aerodinâmicos de momento e sustentação ao longo do tempo [6]. Como pode ser observado na Figura 2, há implicações significativas pela falta de convergência da integração no pseudo-tempo, para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos e, conseqüentemente, para as funções de transferência aerodinâmicas para o cálculo de flutter.



(a) Histórico do coeficiente de sustentação momento



(b) Histórico do coeficiente de

Figura 2: Comparação entre coeficientes aerodinâmicos obtidos por soluções Euler e Navier-Stokes não estacionarias para escoamento sobre o perfil NACA 0012 a Mach 0.8 em movimento de arfagem [6].

4. Conclusões

Mesmo somente em duas dimensões, a complexidade do fenômeno físico a ser simulado é elevada e uma integração temporal de forma explícita inviabiliza a ferramenta para aplicações viscosas aeroelásticas devido ao altíssimo custo computacional. A convergência de casos estacionários ocorre por volta de 500.000 iterações para números de Reynolds baixos e, para valores elevados, o atingimento desta condição requer mais de 2.000.000 de iterações. Em outras palavras, a convergência de cada passo no tempo físico, por meio de uma solução estacionária no pseudo-tempo, dentro de uma análise não estacionária está comprometida. Por isso, o presente trabalho, até o momento, viabilizou a implementação da discretização implícita, resolvendo o sistema linear por meio de funções já desenvolvidas por pacotes disponíveis como o PETSC, utilizando o algoritmo *GMRES*. Além do mais, percebeu-se que esta é uma etapa fundamental para que a ferramenta possa ser utilizada no âmbito de análises aeroelásticas, como descrito no decorrer do presente relatório. Para o restante do período, o objetivo principal a ser perseguido será a inserção efetiva do processo de integração temporal completamente implícita no processo de análise aeroelástica.

Referências

- [1] MING-JEY, J. H., *An Implicit-Explicit Flow Solver for Complex Unsteady Flows*. Ph.D. Thesis, Stanford University, 2004.
- [2] GIL, R. A. S., *Aeroelasticity. Lecture Notes*. [Online] available: http://www.aer.ita.br/~gil/disciplinas/ae-249/ae-249_base.htm [Acessado: 29/01/18].
- [3] FLETCHER, C. A. J., *Computational Technique for Fluid Dynamics: Fundamental and General Techniques*, Vol. I, Springer Verlag, Berlin, 1988.
- [4] HIRSCH, C., *Numerical Computation of Internal and External Flow: Fundamentals of Numerical Discretization*, Vol. I, John Wiley & Sons, New York, 1994.



[5] JAMESON, A., “*Time Dependent Calculations Using Multigrid, with Applications to Unsteady Flows Past Airfoils and Wings,*” AIAA Paper No. 91-1596, *10th Computational Fluid Dynamics Conference*, Honolulu, HI, Jun. 1991.

[6] IHI, R., “*Low and High Reynolds Number Study of Fluid-Structure Interaction Problems,*” Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brazil, 2014