

## Relatório Final

Título do projeto de pesquisa: Modelagem de resistência mecânica de compósitos  
Bolsista: André Tadao Siqueira Kobayashi  
Orientador(a): Dr. Luiz Claudio Pardini  
Período a que se refere o relatório: Janeiro de 2015 a agosto de 2015

### Resumo

Na primeira parte do trabalho, foi apresentada uma breve introdução à modelagem da resistência mecânica em compósitos de carbono/cerâmica, por micromecânica. Nesse trabalho será mostrado com maior detalhamento, os fundamentos da modelagem da resistência mecânica por micromecânica, objetivando a comprovação do ensaio experimental. O compósito quando submetido a um carregamento uniaxial e conseqüentemente falha, uma serie de suposições devem ser consideradas. A primeira sugere que, considerando a fibra e a matriz como materiais isotrópicos e que o material opera em regime elástico, então o compósito resistirá na máxima tensão da relação entre as duas, ou seja, regra da mistura. Por outro lado, pode-se considerar os modos de falha. A resistência da fibra governa a resistência do compósito. Dessa maneira, quando falha uma fibra dentro de um feixe, a falha pode acontecer de uma maneira direta (global) ou pode ser consequência de varias outras falhas localizadas. Em geral, as falhas ocorrem por surgimento de pequenas trincas que se propagam até a ruptura. A análise desses modos de falha é chamada de compartilhamento de carregamento (*Load Sharing*) e existem inúmeros métodos que consideram essa abordagem, mas que se restringirá no trabalho ao modelo Falha Simultâneas das Fibras (*Simultaneous Fiber-Failure – SFF*), que é um modelo de falha global, e o modelo Compartilhamento de Carregamento Local (*Local Load Sharing – LLS*), que considera o modelo de falha local. O material que será avaliado nesse trabalho será o compósito de carbono reforçados com fibra de carbono modificados por carbeto silício (CRFC/SiC) de fibras longas unidirecionais.

**Palavras-chave:** Micromecânica, regra da mistura, modo de falha, LLS, SFF, compósitos de carbono reforçados com fibra de carbono modificados por carbeto silício (CRFC/SiC) de fibras longas.

## 1. Introdução

Os compósitos de carbono reforçados com fibras de carbono modificados por carbeto silício (CRFC/SiC) tem por característica boa combinação entre propriedade térmica e mecânica, baixa massa específica e alta resistência abrasiva. Dessas qualidades resulta em uma vasta gama de aplicações que se estendem de freios automotivos até tubeiras de foguetes. Entretanto estas aplicações tem uso limitado, pois apresenta alto custo de manufatura. Além disso, quando submetido a esforços mecânicos, apresentam fratura frágil. Ensaio desses materiais são, via de regra, melindrosos devido a sua fragilidade e geometria dos corpos de prova. Sendo assim, é necessário o uso de modelos matemáticos que predita à resistência do compósito (Bansal, 2015; Chawla, 1993; Pardini, 2012).

A predição de propriedades de compósitos pode ser realizada por meio de macromecânica ou micromecânica. A micromecânica apresenta metodologia mais simples e permite explorar as características intrínsecas do material considerando a interação da interface, matriz e fibra que compõe a resistência do compósito. O estudo dessa associação tem sido feita por meio da clássica Regra da Mistura e por meio de métodos estocásticos associados aos modelos de compartilhamento e transferência de carga, conhecidos como *Load Sharing* (Cox, 1988; Silva, 2011).

Dentre as abordagens de *Load Sharing*, destaca-se o Compartilhamento de Carregamento Local (*Local Load Sharing – LLS*), modelo usado para predição da resistência de materiais frágeis, onde a falha de uma fibra provoca a redistribuição (transferência) de carga para a fibra mais próxima. Esse modelo requer modelagem Monte Carlo, e um modelo matemático que expresse sua operacionalidade, que nesse caso será empregado o *Shear-Lag*. Outro arquétipo é a Falha Simultânea das Fibras (*Simultaneous Fiber-Failure – SFF*), este é um cânone ajustado para previsão da resistência para vários tipos de compósitos unidirecionais, cujo arcabouço é oriundo do modelo compartilhamento de carregamento global (*Global Load Sharing - GLS*) proposto originalmente por Curtin (Curtin, 1991). Portanto, o SFF assume que fibras falham simultaneamente desencadeadas pela falha da fibra vizinha (Hatta, 2009).

Neste trabalho será avaliada as metodologias de regra da mistura, LLS e SSF aplicado ao compósito UD CRFC/SiC de fibras longas.

## 2. Material e métodos

Foram obtidas propriedades de fibras de carbono de uso aeroespacial e as propriedades da matriz híbrida Carbono/SiC foram calculadas, mediante minuciosa seleção de propriedades disponíveis na literatura referente a materiais de carbono e de carbetto de silício. Desse modo, as condições de contorno assumidas conforme mostra a Tabela 1.

**Tabela 1.** Condições de contorno para cálculo de propriedades do compósito CRFC/SiC.

Vol. Fibra (%)	30	45
$\sigma_{\text{Fibra}}$ (MPa)	2500	
Módulo de Weibull (m)	4	
$E_{\text{Fibra}}$ (GPa)	230	
$\sigma_{\text{C/SiC}}$ (MPa)	85	106
$E_{\text{C/SiC}}$ GPa	136	173
$\tau_i$ (MPa)	13	15
Porosidade ( $\rho$ )	0,05	
$L_0$ (mm)	30	
Diâmetro FC ( $\mu\text{m}$ )	0,007	

(R'MILI, 1995; SILVA, 2011; PARDINI, 2012).

Onde  $\sigma$  é a resistência, E módulo de elasticidade,  $\tau_i$  cisalhamento interfacial,  $L_0$  comprimento da fibra e D é o diâmetro da fibra.

### 2.1. Regra da Mistura

A forma mais simples e rudimentar de estimar a resistência do compósito é pela regra da mistura. Nesse caso, o compósito sob um carregamento uniaxial, considera que a carga  $F$  é compartilhada com a fibra e a matriz  $F = F_f + F_m$ . A carga terá uma tensão seguida de uma área  $F = \sigma A$ , e considerando a lei de *Hooke*, uma vez que a fibra e matriz são isotrópicas, a

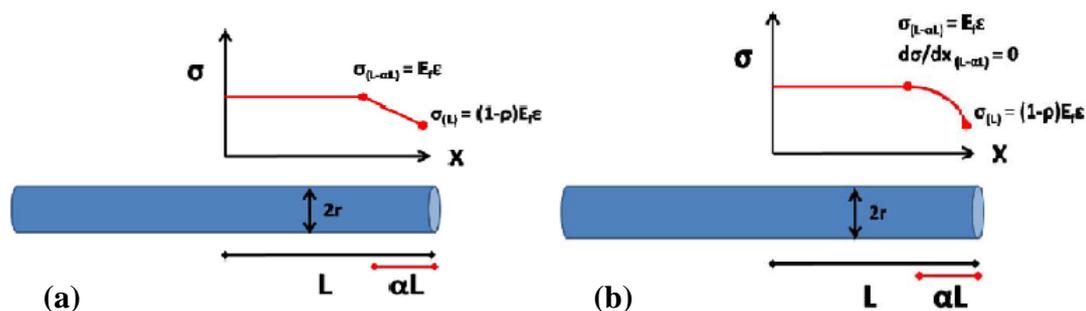
tensão é  $\sigma = E\varepsilon$  (produto do módulo da elasticidade e deformação respectivamente). Sendo assim a equação do carregamento do compósito pode ser reescrita como  $\sigma A_c = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m$ . Isolando a resistência do compósito terá a seguinte relação  $A_f/A_c$  e  $A_m/A_c$ , isso implica em (V) volume (Chawla, 1993; Kaw, 2006). Portanto a resistência do compósito pode ser definida pela equação 1.

$$\sigma = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m \quad \therefore \quad \sigma = \sigma_f V_f + \varepsilon_f E_m (1 - V_f) \quad (1)$$

Os subscritos f e m referem-se à fibra e matriz respectivamente.

## 2.2. Modelo *Shear-Lag*

O modelo *Shear-Lag* descreve o modo de falha do modelo LLS. Esta metodologia é baseada na suposição que o acúmulo de tensão ao longo do comprimento da fibra ocorre inteiramente via forças cisalhantes agindo na interface cilíndrica. Silva (2011) apresenta esse modelo em duas abordagens simplificada: linear e quadrática como mostra a figura 1.



**Figura 1.** (a) Distribuição de tensão para o modelo *Shear-Lag* linear, (b) Distribuição de tensão para o modelo *shear-lag* quadrático (Silva, 2011).

A abordagem linear é governada pela equação  $\sigma(x) = Ax + B$ , onde aplicando as condições de contorno em regime elástico, pela lei de *Hooke*  $\sigma = E\varepsilon$ ,  $x = L - \alpha L_c$ ,  $x$  é o deslocamento. Substituindo esses dados é possível estimar as constantes A e B e obter a equação da distribuição de tensão, equação 2 (Silva, 2011):

$$\sigma_f(x) = \frac{-\rho E_f \varepsilon}{\alpha L} x + \left[1 - \rho \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)\right] E_f \varepsilon \quad (2)$$

Onde  $\rho$  é porosidade e  $\alpha$  é a razão entre o comprimento crítico e o comprimento da fibra. Eventualmente é interessante trabalhar com o parâmetro de *Dunders*  $\alpha = (E_F - E_m)/(E_F + E_m)$ , que mede a incompatibilidade entre os módulos elásticos da fibra  $E_F$  e da matriz  $E_m$ .

Definida a equação da distribuição de tensão, é possível calcular as tensões médias sob carregamento da fibra no compósito. A tensão média é dada por  $\bar{\sigma}_f = \frac{1}{L} \int_0^L \sigma_f(x) dx$ . Em seguida, são definidas as tensões nas direções das camadas longitudinais e transversais  $E_m = E_f e^{-bp}$ , sendo  $b$  fator de forma e  $p = \ln(E_m/E_f)/-b$ . A tensão na direção transversal é igual a tensão máxima da matriz  $\sigma_T = \sigma_m = E_f e^{-bp}$ . A tensão longitudinal é a média dos valores da matriz e fibra, baseado na fração volumétrica da fibra e da matriz, pela equação 3 (Silva, 2011):

$$\sigma = (1 - V_f) \cdot E_f \cdot \varepsilon \cdot e^{-bp} + E_f \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\rho\alpha}{2}\right) \cdot V_f \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

Da mesma maneira é desenvolvida para uma abordagem quadrática, a equação é satisfeita por  $\sigma(x) = Ax^2 + Bx + C$ . Os processos são repetidos e a tensão na direção longitudinal é, portanto obtida pela equação 4 (Silva, 2011):

$$\sigma = (1 - V_f) \cdot E_f \cdot \varepsilon \cdot e^{-bp} + E_f \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\rho\alpha}{3}\right) \cdot V_f \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4)$$

### 2.3. Modelo Falha Simultânea Das Fibras

O modelo SSF desenvolvido por Hatta et al (2009), como mencionado anteriormente, é proveniente do modelo GLS. Dessa maneira, considerando a equação 5, tensão média das fibras proposto por Curtin (Curtin, 1991), e a natureza frágil do material, uma vez que a resistência do compósito é superada pela falha do seu elo mais fraco, deve-se considerar a probabilidade de falha de Weibull ajustada (Hatta, 2009), equação 6, que juntas fundamentam-se o SSF.

$$\sigma_{med} = (1 - q)\sigma + \frac{\sigma q}{2} \quad (5)$$

$$P = 1 - \exp \left[ -\frac{L}{L_0} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (6)$$

Onde  $\sigma$  é a tensão da fibra em regime elástico, pela lei de *Hooke*  $\sigma = E_f \varepsilon$ ,  $q$  é a probabilidade de falha da fibra no comprimento crítico  $2L_c$ , como mostra a equação 7.  $L_0$  (comprimento da fibra),  $m$  (módulo de Weibull) e  $\sigma_0$  (resistência da fibra) são parâmetros de Weibull.

$$q = 1 - \exp \left( -\frac{2L_c}{L_0} \left( \frac{E_f \varepsilon}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (7)$$

Aplicando a equação de Kelly-Tyson (Hatta, 2009; Lopes, 2004)  $L_c = \frac{\sigma D}{2\tau} = \frac{E_f \varepsilon D}{4\tau}$ , que determina o comprimento crítico, na equação 7, tem-se a tensão crítica  $\sigma_c = \left( \frac{2\sigma_0^m \tau L_0}{D} \right)^{1/(m+1)}$ , sendo  $D$  o diâmetro da fibra e  $\tau$  cisalhamento interfacial. A equação 7 é aplicado ao modelo GLS, para o SFF é necessário inserir o número de fibras que falham simultaneamente ( $n$ ) no comprimento crítico, sendo assim substitui  $2L_c$  da equação 7 por  $2nL_c$ . O comprimento crítico agora é reescrito considerando o  $n$  e a fração em volume da fibra:  $L'_c = \frac{E_f \varepsilon D}{4\tau} n \sqrt{\frac{v_f}{V_f + n - 1}}$ . A combinação das equações do modelo GLS é possível estimar a tensão máxima e adicionando os critérios para o modelo SFF, a tensão máxima é definida conforme equação 8 (Hatta, 2009):

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \left[ \sigma_c \frac{m+1}{m-1} \left( \frac{2}{m+2} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \sqrt{\frac{V_f + n - 1}{V_f}} \right)^{1/(m+1)} \right] \cdot V_f \quad (8)$$

O número de fibras que falham simultaneamente pode ser estimado pela razão da tensão máxima do modelo GLS e SFF, conforme equação 9.

$$n = \sqrt[3]{ \frac{\frac{1 - v_f}{v_f}}{\frac{\sigma_{UD}}{v_f}} \left[ \frac{\sigma_c \cdot \frac{m+1}{m+2} \cdot \left( \frac{2}{m+2} \right)^{1/m+1}}{v_f} \right]^{2m+2} } \quad (9)$$

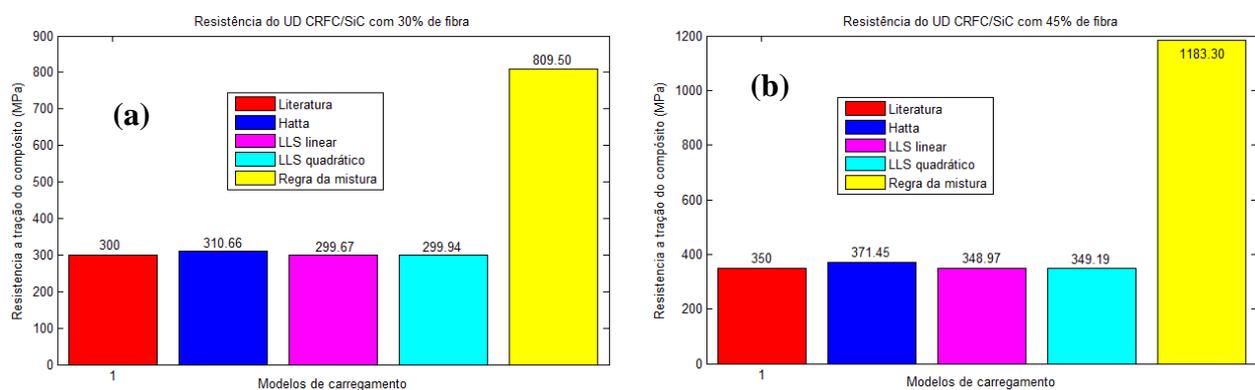
Esta equação é usada quando não é possível alcançar valores tangíveis da equação empírica

$$\ln(n) = \alpha \cdot \ln\left(\frac{\tau}{\sqrt{\sigma_m \sigma_0}}\right) + \beta.$$

Na equação 9,  $\sigma_{UD}$  é a resistência do compósito estimada,  $\sigma_m$  é a resistência da matriz,  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes da linearização de vários tipos de compósito unidirecionais sendo 4,2 e 12,6, respectivamente (Hatta, 2009).

### 3. Resultados

Os modelos de predição da resistência foram aplicados para o compósito UD CRFC/SiC e os resultados são mostrados na figura 2. Foram analisados compósitos com fração em volume da fibras de carbono na faixa de 30% e 45%, correspondente a compósitos comerciais.



**Figura 2.** Comparação da resistência à tração de compósitos unidirecionais estimados com resultado experimental para fração em volume da fibra (a) 30% e (b) 45%.

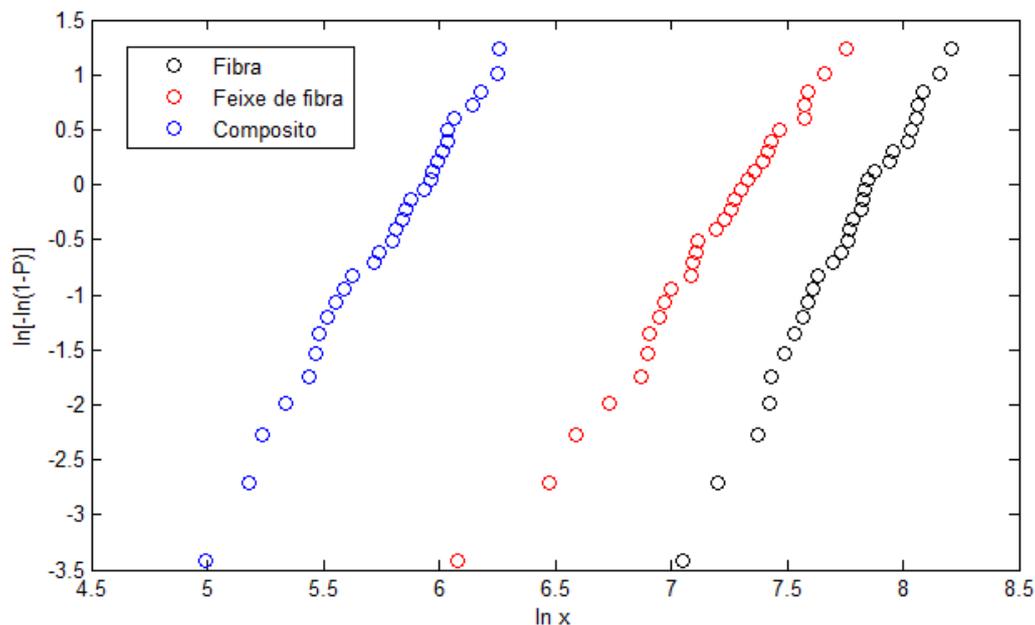
Estes modelos apresentaram conformidade comparada a valores experimentais provenientes da literatura (referência). O LLS aplicado aos métodos *shear-lag* linear e quadrático, apesar de possuírem abordagem diferente, ambos apresentaram compatibilidade e precisão comparado a resultados experimentais da literatura.

O SSF, modelo desenvolvido para estimar propriedades de diversos tipos de compósitos, também se mostrou compatível. No entanto, para materiais frágeis o número de fibras que falham simultaneamente,  $n$  ( $\ln(n)=4,2 \cdot \ln(\tau_i/\sqrt{\sigma_m \sigma_f})+12,6$ ), não se ajusta adequadamente, pois requer uma resistência interfacial alta ( $\tau_i$ ) e uma resistência da matriz muito baixa ( $\sigma_m$ ). Dessa maneira, foi adotada neste trabalho a equação 9, oriunda da resistência do compósito estimada, proposto pelo Hatta (2009) para atender esta condição.

A regra da mistura, como averiguado na figura 2 (a) e (b), não se adéqua com os dados experimentais da literatura. Esse método é insuficiente para predição da resistência de compósitos de matriz cerâmica.

Para descrever o comportamento do compartilhamento de carregamento local, foram gerados 30 valores para formar um feixe de filamentos de carbono a partir dos parâmetros de Weibull (módulo de Weibull  $m$  e a resistência da fibra) por meio de uma ferramenta estatística chamada Monte Carlo que gera números aleatórios. Esta metodologia gera valores randômicos a partir de uma distribuição conhecida, neste caso, distribuição de Weibull.

Em seguida, foi testada a partir dos dados gerados a resistência. Linearizando a equação de Weibull  $P = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m}$  tem-se  $\ln[-\ln(1-P)] = m \ln \sigma - m \ln \sigma_0$ . Dessa maneira os dados obtidos foram classificados e assim foi possível construir o gráfico linearizado da resistência como mostra a figura 3. Esse gráfico exhibe o comportamento contingente do material, nota-se a variação do módulo de Weibull (reflete a dispersão dos valores, homogeneidade do material). Tem-se um declínio de  $m$  com o aumento do numero de fibras no feixe. Por outro lado,  $m$  torna a aumentar com a introdução da matriz. Sendo assim, fica evidente que ocorre uma série de circunstancias que não pode ser explicada de maneira determinística.



**Figura 3.** Representação das curvas de Weibull para resistência da fibra ( $m=4$ ,  $\sigma_{\text{fibra}}=2500\text{MPa}$ ), do feixe ( $m=3$ ,  $\sigma_{\text{feixe}}=1400\text{MPa}$ ) e do compósito ( $m=3,4$ ,  $\sigma_{\text{fibra}}=350\text{MPa}$ ).

#### 4. Conclusões

Os modelos de predição da resistência para materiais frágeis, neste caso um UD CRFC/SiC de fibras longas, foram analisados. O modelo LLS levou a resultados mais precisos, utilizando o método *shear-lag* linear, 300 MPa para o compósito com 30% de fibra e 349 MPa para o compósito com 45% de fibra. Para o método *shear-lag* quadrático, foi obtido o valor de 300 MPa para o compósito com 30% de fibra e 350 MPa para o compósito com 45% de fibra. O modelo SFF apresenta metodologia mais simples e resultou em valores de 311 MPa para o compósito com 30% de fibra e 371 MPa para o compósito com 45%. Já a convencional regra da mistura, muito empregada em cálculos de constantes elásticas de compósitos se mostrou insuficiente quando aplicado à resistência, resultando em valores de 810 MPa para o compósito com 30% de fibra e 1183 MPa para o compósito com 45% de fibra. Os modelos LLS e SFF se mostraram equivalentes aos dados experimentais da literatura (300MPa para o compósito com 30% de fibra e 350MPa para o compósito com 45% de fibra).

A modelagem de propriedades do UD CRFC/SiC foi realizada para atender os requisitos do projeto CNPq 401963/2013-6 (Desenvolvimento de materiais para aplicação de sistemas térmica ablativo e resistência ao desgaste).

Sendo assim, as metodologias apresentadas proveniente da micromecânica permitem analisar as características intrínsecas do material, possibilitando explorar as interações entre a fibra, matriz e a interface. Além disso, oferecem maneiras simples e rápidas para predição de resistência de materiais compósitos de fibras de carbono e matriz híbrida, embora modelos ainda estejam sendo desenvolvida para que se possa atender de maneira abrangente aos variados tipos de compósito.

#### Agradecimentos

Agradeço ao CNPq PIBIC/IAE pela concessão da bolsa durante esses dois anos, a todo equipe de colaboradores da AMR pelo apoio as atividades experimentais e ao orientador Prof. Dr. Luiz Claudio Pardini pela disposição e motivação.

#### 5. Publicações

A. T. S. KOBAYASHI, L. C. PARDINI. “*Statistical Methodology For The Determination Of Design Allowables For Unstructured Data*” 2<sup>nd</sup> Brazilian Conference On Composite Materials – Bccm2, São José dos Campos, 6 p, Sep. 15-18, 2013.

A. T. S. KOBAYASHI, L. C. PARDINI. “Allowables composites from statistical point of view” JTM, São José dos Campos, 2015. (em processo de conclusão de redação)

## Referências

1. A. K. KAW. “*Mechanics of Composite Materials*” University of South Florida, Tampa, 2<sup>a</sup> Ed., pp 149-220, USA, 2006.
2. B. N. COX; D. B. MARSHALL; M. D. THOULESS. “*Influence of Statistical Fiber Strength Distribution on Matrix Cracking in Fiber Composites*” Acta Metall, Vol. 37, No. 7, pp. 1933-1943, USA, 1989.
3. B. HEIDENREICH. “*Carbon fibre reinforced sic materials based on melt infiltration*” 6th International Conference on High Temperature Ceramic Matrix Composites, New Delhi , India, 6 p, Sep 4-7, 2007.
4. H. HATTA, M. KOTANI, H. KAWADA. “*A Comprehensive Model For Determining Tensile Strengths Of Various Unidirectional Composites*” Journal Of Composite Materials, Vol. 43, No. 18, 2009.
5. J. G. P. SILVA. “*Modeling Of Load Transfer In Ceramic Matrix Composites*” Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia dos Materiais, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
6. L. C. PARDINI, A. C. A. JUNIOR. “*Prediction of Tensile Properties of Carbon Fiber Reinforced Carbon-Sic Hybrid Matrix Composite by Amodified Micromechanics Approach*” 1<sup>st</sup> Brazilian Conference On Composite Materials - Bccm1, Natal, Rio Grande do Norte, 6 p, Jul 16-19, 2012.
7. M. R’MILI, T. BOUCHAOUR, P. MERLE. “*Estimation of Weibull Parameters from Loose-Bundle Tests*” Groupe d’Estudes de Metallurgie Physique des Materiaux, Istitut National des Sciences Appliquées, Villeurbanne Cedex, France, 1995.
8. N. T. BANSAL, J LAMON. “*Ceramic Matrix Composites. Materials, Modeling and Technology*” The American Ceramic Society, New Jersey, 715 p, USA, 2015.
9. P. E. LOPES, J. S. CINTRA, F. J. A. SOUZA. “*Resistência ao Cisalhamento Interfacial em Compósito De Polipropileno / Fibra De Vidro: Influência Do Compatibilizante Pp-G-Mah*” 7<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Polímeros, Minas Gerais, 2003.
10. K. K. CHAWLA. “*Ceramic Matrix Composite*” Department of Materials and Metallurgical Engineering, New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, 1<sup>a</sup> Ed., 433 p, USA, 1993.
11. W. A. CURTIN. “*Theory of Mechanical Properties of Ceramic Matrix Composites*” J. American Ceramic Society , Vol. 74, No. 11, pp. 2837-2845, 1991.