

Relatório Final

Título do projeto de pesquisa: Estudo de Modelamento de Turbulência para
Formulações Médias em Métodos de Alta Ordem
Bolsista: Gilberto Bueno Luque Filho
Orientador(a): João Luiz Filgueiras de Azevedo
Período a que se refere o relatório: Março de 2016 a Julho de 2016

Resumo

A compreensão do comportamento turbulento tem sido um dos assuntos mais intrigantes, importantes e de certa forma, frustrantes na ciência de dinâmica dos fluidos. No intuito de se prever este comportamento, a Dinâmica de Fluidos Computacionais tem um papel imprescindível. Entretanto, o custo computacional pago para esta compreensão é elevado. Desta forma, não somente uma alta precisão dos resultados mas também um menor custo computacional para uma mesma precisão é extremamente desejável. É neste contexto que métodos de alta ordem são considerados para o presente estudo. Portanto, o presente trabalho se dedica, inicialmente, ao estudo e compreensão do ganho da aplicação destes métodos em modelamentos de turbulência para formulações médias, através de uma revisão bibliográfica do tema e dos pontos de vistas que existem a respeito de sua aplicabilidade.

1. Introdução

Escoamentos turbulentos possuem uma vasta gama de escalas temporais e espaciais, as quais necessitam ser resolvidas em ordem para se obter previsões com certa acurácia. Nos métodos de alta ordem, é encontrada uma alternativa promissora de solução por promover grande eficiência para simulações que exigem alta resolução espacial e temporal, permitindo soluções com menos graus de liberdade e menor custo computacional quando comparado com métodos de segunda ordem comumente utilizados na indústria.

Desta forma, pensando em modelamentos de turbulência extremamente difundidos e utilizados na indústria e objetivando atingir uma mesma precisão com um menor tempo computacional, o presente trabalho se insere em uma linha de pesquisa que vem sendo desenvolvida na ALA há algum tempo e que tem por objetivo criar a capacidade de simular escoamentos turbulentos de interesse aeroespacial utilizando uma formulação baseada nas equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS) com métodos de alta ordem. Para isso, é de suma importância o estudo sobre a viabilidade do modelamento de turbulência com o método de Diferenças Espectrais (SD - *Spectral Differences*), como o método de alta ordem em questão. Em particular, o presente trabalho vai adotar o modelo de fechamento de Spalart e Allmaras (SA) [2], que é um modelo de uma equação, como o modelo de turbulência a ser analisado.

Apesar dos grandes benefícios do método de Volumes Espectrais (SV - *Spectral Volumes*), o grupo de trabalho do Laboratório de Aerodinâmica Computacional da ALA encontrou algumas limitações em sua utilização ao longo do processo de implantação desta técnica. Além de estudos de estabilidade das propriedades do método SD estarem sendo mais avançados que aqueles do método SV, aparentemente o método SD é mais eficiente em termos de tempo de CPU que o outro método e mesmo mais eficiente que outros métodos de alta ordem como o método de Galerkin descontínuo (DG). Para este estudo, portanto, se faz necessária a implementação da formulação do modelo SA na ferramenta baseada no método SD em desenvolvimento na ALA.

2. Materiais e Métodos

Devido a presença constante e predominante da turbulência na natureza, uma vasta quantidade de estudo, desde o século XIX até o presente momento, é debruçada sobre este tema para se compreender este fenômeno tridimensional. Escoamentos que apresentam efeitos de turbulência podem ser encontrados desde o interior do corpo humano em fluidos corpóreos até em uma forma macroscópica na camada limite atmosférica da terra, a qual é turbulenta em condições normalmente não estáveis [1].

Assim, com o intuito de se modelar o movimento de um fluido compressível e viscoso, Navier e Stokes desenvolveram um conjunto de equações que descreve este comportamento. Sob a hipótese de um fluido contínuo, as equações de Navier-Stokes foram derivadas do balanço físico dos fluxos existentes no volume de controle adotado (em uma célula de fluido) considerando a equação da continuidade, as equações de quantidade de movimento e a equação da energia, descritas abaixo em sua forma diferencial:

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \\ \rho \frac{DH}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} - q_H]. \end{aligned} \quad 2.1$$

Desta forma, com 5 equações e 15 incógnitas, o sistema não está fechado. Assim, é preciso adicionar a equação de estado do fluido, neste caso considerado um gás ideal, e admitindo-se um fluido newtoniano e adicionando a lei de Fourier da condução de calor, consegue-se fechar o sistema por meio destas relações constitutivas. Além do mais, sugere-se que as equações finais sejam escritas em sua forma conservativa, devido à existência de descontinuidades e regiões de grandes gradientes. Portanto, em forma conservativa, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(e + p)u_j - \tau_{ij}u_i + q_{Hj}] &= 0, \end{aligned} \quad 2.2$$

onde a energia total por unidade de volume e e a lei dos gases perfeitos são definidas respectivamente por:

$$\begin{aligned} e &= \rho \left[e_i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right], \\ p &= (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right]. \end{aligned} \quad 2.3$$

As equações de Navier–Stokes não possuem solução analítica, mas podem ser discretizadas computacionalmente para obter resultados do comportamento dos fluidos de forma a representar todas as escalas de energia relevantes, desde aquelas que são da ordem dos corpos envolvidos no escoamento até a microescala de turbulência, ou seja, as escalas de *Kolmogorov* [2].

Entretanto, o grande problema é a dimensão da malha a ser utilizada, pois esta deve ser capaz de resolver todas as escalas que se busca capturar, ou seja, todas as escalas das flutuações estatísticas dos fenômenos físicos relevantes. DNS ou *Direct Numerical Simulation* é um tipo de abordagem que representa uma solução numérica exata das equações de Navier-Stokes.

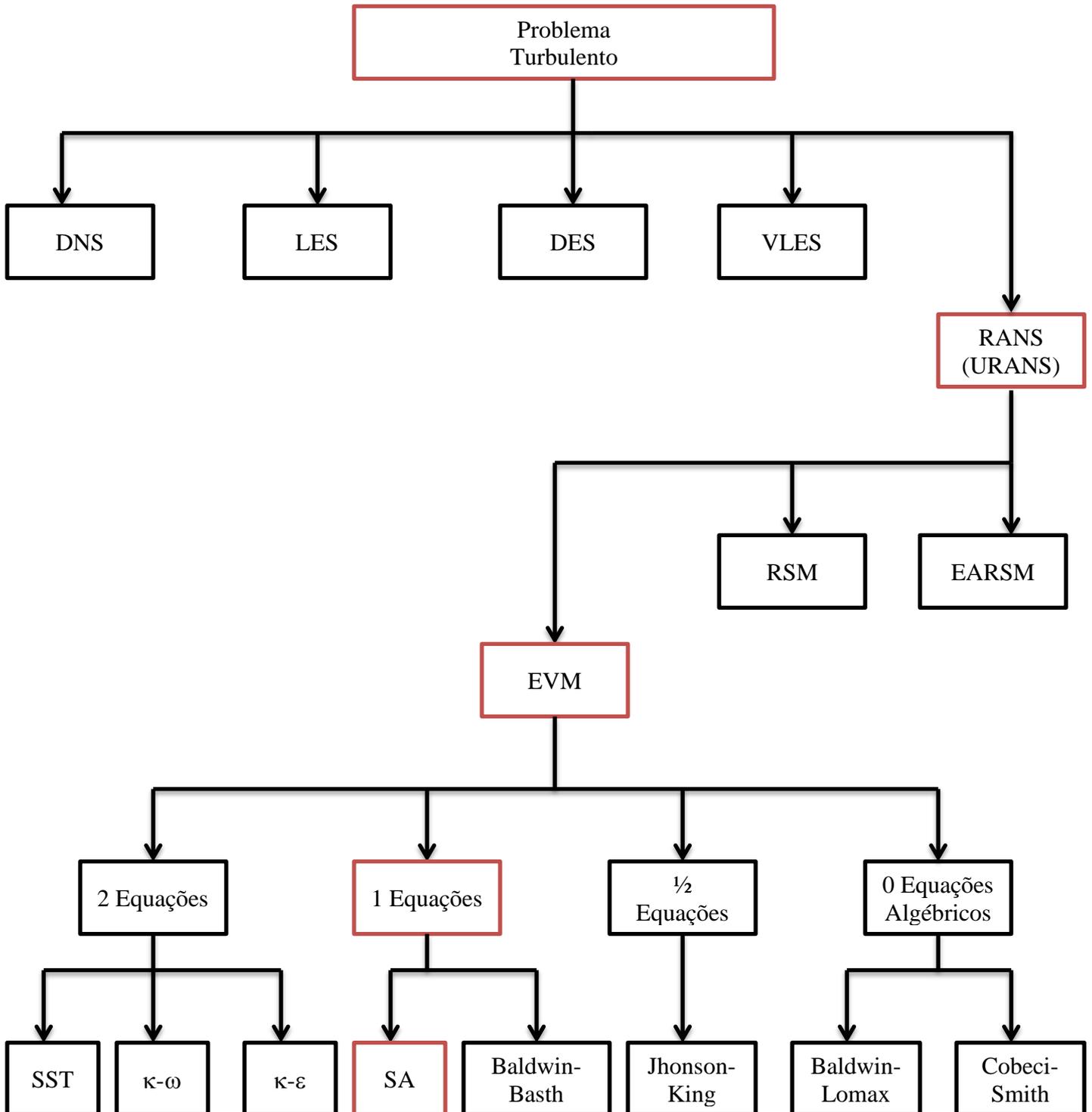
Uma outra abordagem possível consiste em se fazer com que as equações de Navier-Stokes sejam filtradas temporalmente, para se obter as propriedades médias do escoamento. Esta ideia é chamada de *RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations)*, a qual não simula um escoamento turbulento, mas carrega para a solução os efeitos da turbulência, da física do problema, através de termos novos:

- Termos de dissipação de Reynolds
- Termos de tensão de Reynolds
- Termos de fluxo de calor de Reynolds

Hoje existem diversas abordagens para tratar o problema da turbulência que se situam entre estes dois extremos como, por exemplo, *DNS (Direct Numerical Simulation)*, *LES (Large Eddy Simulation)*, *DES (Detached Eddy Simulation)* e *VLES (Very Large Eddy Simulation)*, entre outros.

A abordagem de tratamento da turbulência com uma formulação média utilizada para o presente estudo é a formulação *RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations)*, pois este é o padrão da indústria aeroespacial mundial para o tratamento de escoamentos sobre configurações realistas. Tal formulação, entretanto, requer que os efeitos de turbulência sejam modelados por uma técnica de fechamento adequada, de forma a representar os efeitos físicos

dos escoamentos turbulentos de interesse, mas a um custo computacional aceitável quando se trata de configurações complexas. O fluxograma a seguir tem o intuito clarificar a organização das abordagens para o tratamento de um problema turbulento e dos que se utilizam da formulação *RANS/URANS (Unstead Reynolds Average Navier-Stokes)*.



A sequência em vermelho mostra o caminho do modelo utilizado para o estudo. O modelo de Spalart-Allmaras (SA) é um modelo de uma equação e é baseado na ideia de Boussinesq. Em 1877, Boussinesq assumiu a hipótese que tensões turbulentas são linearmente proporcionais às taxas de deformação do escoamento médio. Assim,

$$\rho u_i'' u_j'' \sim (\text{coeficiente}) \left(\frac{d\tilde{u}_i}{dx_j} + \frac{d\tilde{u}_j}{dx_i} \right)$$

Este coeficiente é chamado de coeficiente de viscosidade turbulenta (μ_t), onde

$$\mu_t = \mu_t(\rho, L, V)$$

onde L é a escala de comprimento de turbulência e V é a escala de velocidade turbulenta [1]. Estes modelos destacados se concentram para encontrar este coeficiente e, desta forma, ter os efeitos da turbulência de Navier-Stokes quando filtrada.

Portanto, com o intuito de uma melhor resolução destes modelos para uma melhor representação física do fenômeno com um menor custo computacional, os métodos de alta ordem surgem com uma opção extremamente promissora. Entretanto, o uso dos métodos de alta ordem está fortemente relacionado com a escolha do tipo de malha utilizada, estruturadas ou não estruturadas. Ambas possuem vantagens e desvantagens, mas a dificuldade em se adaptar para computação paralela adicionada ao trabalho árduo para geração de malhas em geometrias complexas, que pode durar até dias, tornam o uso das malhas estruturadas não aplicáveis na indústria e, portanto, não interessantes para aplicação dos métodos.

Desta maneira, as malhas não estruturadas são as mais desejáveis devido a sua flexibilidade na geração e possibilitar uma grande variedade de maneiras de se estender o estêncil do cálculo para se propagar a solução para as células vizinhas. Como os resultados numéricos dependem desta molécula de cálculo, usualmente a ordem do método é aumentada pelo aumento do número de graus de liberdade dentro do elemento. Desta forma, ao invés de uma reconstrução linear entre as variáveis das faces do elemento, usando pontos internos, uma extrapolação interna pode ser realizada. Obviamente, descontinuidades existirão no elemento

e fluxos numéricos estabilizados nas fronteiras das células são indispensáveis para aplicação destes métodos. Os métodos de alta ordem, que são baseados nesta ideia de reconstrução de propriedades, são divididos em três grupos principais mostrados na tabela abaixo [3].

Tabela 1. Divisão dos três grandes grupos e breve descrição dos métodos de alta ordem

Método	Descrição
Discontinuous Galerkin (DG)	Satisfazendo uma forma variacional das equações de governo (no caso RANS), a solução possui uma representação polinomial. Apesar de sua maturidade, sua formulação ainda é muito complicada com dificuldade de uma interpretação física.
Spectral Differences (SD)	Combina as facetas de malhas estruturadas e não estruturadas, se utilizando do conceito de descontinuidade e representação em alta ordem local para resultar, não só em conservação e alta ordem de acurácia, mas também em alta eficiência computacional e flexibilidade geométrica.
Spectral Volume (SV)	Similarmente ao método de volumes finitos, mas com elementos chamados de volumes espectrais, com subdivisões estruturadas de sub-células (volumes de controle). Desta forma, os benefícios do método DG estão, em grande parte, presentes, bem como a compatibilidade da molécula de cálculo, vinda do método de volumes finitos e a possibilidade em aplicações em paralelo.

3. Resultados

A simulação de uma placa plana turbulenta talvez seja um dos melhores testes a ser feitos como passo inicial para uma análise turbulenta com métodos de alta ordem. A análise do comportamento bem conhecido da *log-law* é realizada com métodos de segunda, terceira em quarta ordem, e é apresentada na figura abaixo [4].

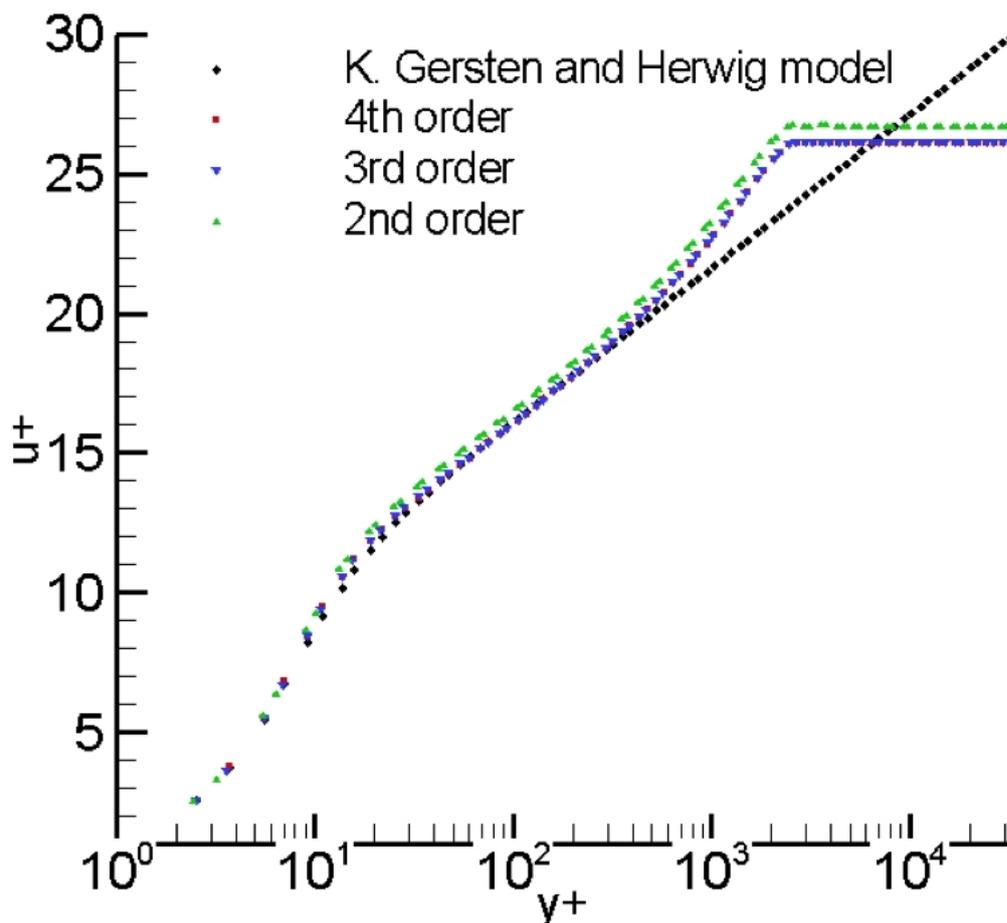


Figura 1. Variação do y^+ versus u^+ para escoamentos turbulentos sobre uma placa plana

É possível observar que as simulações de terceira e quarta ordem indicam maior fidelidade do que as de segunda ordem.

4. Conclusões

Apesar de o resultado apresentado poder indicar que métodos de alta ordem são a melhor alternativa para experimentos, obtendo resultados com alta acurácia, muitos acreditam que os métodos de alta ordem não possuem benefícios relevantes para soluções RANS [5]. O fato de os métodos de alta ordem, quando aplicados às equações RANS, no caso à equação do modelo de *Spalart-Allmaras*, serem difíceis para convergirem devido a *stiffness* numérica para o estado estacionário pode fazer com que esta aplicação não traga benefícios industriais quando comparados com um método WENO em Volumes Finitos, para o mesmo caso. Estes aspectos ainda precisam ser analisados em maior detalhe no futuro.

Vale destacar que, uma vez que o trabalho de iniciação científica teve início apenas em março deste ano, e considerando que o tema de modelamento de turbulência é bastante complexo, o bolsista teve tempo apenas para entender a profundidade do problema até este ponto. As implementações efetivas estão sendo iniciadas agora no final deste semestre. Deve-se enfatizar também que, embora o grupo de trabalho em que o presente projeto está inserido tenha ampla experiência em métodos de alta ordem, houve também uma curva de aprendizado por parte do bolsista no que se refere aos conceitos associados a tais métodos. Assim, este bolsista acredita que o trabalho realizado no período alcançou os objetivos que eram efetivamente possíveis de serem alcançados e que todo o trabalho de base para a implementação dos testes pretendidos está feito agora. Assim, este bolsista espera ter a oportunidade de dar continuidade ao trabalho no próximo período, sendo que está atrelando seu trabalho de conclusão de curso na UFABC ao projeto de IC no IAE.

Referências

- [1] MCDONOUGH, J. M.. *Introductory lectures on turbulence*: Physics, Mathematics and Modeling. 01-01 de jan de 2004. Notas de Aula.
- [2] BIGARELLA, E. D. V. **Advanced Turbulence Modelling for Complex Aerospace Applications**. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA, São José dos Campos, SP, Brasil, 2007.



- [3] KUZMIN, M. **Spectral Difference Method for the Euler Equations on Unstructured Grids.** Tese (Doutorado) — Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, ISAE, Toulouse, França, 2012.

- [4] RAVISHEKAR, M. **High order spectral volume and spectral difference methods on unstructured grids.** Tese(Doutorado) — Iowa State University, ISU, Ames, IA, 2008.

- [5] WANG, Z.J. et al. **High Order CFD Methods: Current Status and Perspective.** *International Journal for Numerical Methods in fluids*, v. 72, p.811-845, 2012.