

## Relatório Parcial

Título do projeto de pesquisa: Modelo Matemático e Simulação Computacional da Dinâmica de Paraquedas em Túnel de Vento  
Bolsista: Lucas Andrade e Silva  
Orientador(a): Maurício Guimarães da Silva  
Período a que se refere o relatório: Fevereiro de 2016 a Julho de 2016

### Resumo

Este trabalho visa desenvolver um modelo matemático, e respectiva implementação numérica, para análise da dinâmica estrutural de um paraquedas em túnel de vento subsônico. O velame do paraquedas é tratado como um corpo elástico e o sistema linhas de suspensão e umbilical são modelados através de elementos de mola os quais procuram representar fisicamente a elasticidade do sistema. É empregado o método das Matrizes de Transferência para estudar a influência dos modos de flexão na dinâmica do voo do paraquedas. Este método pode ser utilizado para se calcular a rotação, esforços atuantes no sistema umbilical e linhas de suspensão e condições de estabilidade durante a simulação dinâmica do paraquedas fixo ao mastro de um túnel de vento. Os resultados destas simulações, conjuntamente com dados experimentais, poderão ser utilizados para caracterizar o comportamento elástico do sistema em voo e viabilizar o dimensionamento preliminar de paraquedas.

### 1. Introdução

Nas últimas décadas, o Brasil teve significativa evolução no domínio de tecnologia de projeto, construção, testes e lançamento de veículos espaciais. Como exemplo, citam-se o Veículo Lançador de Satélites (VLS) e o Veículo de Sondagem VSB-30, qualificado internacionalmente, tendo como importante cliente a Agência Espacial Alemã (DLR - *Deutsches Zentrum für Luft*). O VSB-30 vem sendo utilizado, desde 2004, em lançamentos no Brasil e no exterior, possibilitando a realização de experimentos científicos em ambiente de micro gravidade.

Apesar do sucesso no desenvolvimento e lançamento destes veículos, não existe no mercado interno, uma tecnologia de recuperação dos experimentos embarcados qualificada e certificada por órgãos de fomento. Atualmente o sistema de recuperação utilizado é adquirido a partir da empresa alemã DLR, o que encarece significativamente o custo do lançamento, uma vez que sua produção e posterior integração no veículo envolvem processos complexos e consequente mão de obra especializada além de dependência tecnológica. Neste contexto, este projeto de pesquisa se insere nesta necessidade: estudo de sistemas de recuperação aplicados na recuperação de cargas úteis de experimentos aeroespaciais. Ressalta-se que este estudo pode ser aplicado tanto para fins civis como militares (recuperação de componentes de elevados custos de mísseis e recuperação de sistemas de aquisição de dados, entre outros). Com isso, foi desenvolvido no período de 2013 e 2015, pelo grupo de trabalho da Divisão de Sistemas de Defesa (ASD), um programa cujo objetivo foi simular computacionalmente a dinâmica de voo de uma carga com sistema de recuperação por paraquedas, em 4DOF, que permite o dimensionamento de sistemas de recuperação multieventos, voo de reentrada atmosférica e análise de estabilidade, entre outros. O atual projeto de pesquisa se insere nesta linha de desenvolvimento.

## 1.1 Objetivos

Neste projeto de pesquisa foram definidos como objetivos gerais os tópicos listados a seguir:

- i. Desenvolver um modelo matemático, baseado na formulação de Elementos Finitos, que represente a dinâmica do umbilical e linhas de suspensão de paraquedas em túneis de vento em regime de velocidades subsônico;
- ii. Implementar e simular numericamente a formulação matemática da dinâmica do conjunto umbilical + linhas de suspensão na dinâmica de voo do sistema;
- iii. Determinar os principais esforços sofridos por todo o umbilical e linhas de suspensão.

## 2. Material e métodos

Neste trabalho são utilizadas literaturas técnicas no estudo de dinâmica de paraquedas, referências específicas associadas à formulação matemática do estiramento de linhas (*stretching*) e de modelos de elementos finito para molas (*spring*) que possam simular a elasticidade do conjunto paraquedas e carga útil. Estas referências serão citadas no momento em que a formulação matemática for sendo apresentada.

É utilizado o *software* MATLAB® na implementação numérica do modelo matemático desenvolvido e na visualização dos respectivos resultados. O método utilizado neste trabalho está descrito no item 3(três) deste relatório.

## 3. Desenvolvimento Realizado no Semestre: Fev 2016 - Jul 2016

O desenvolvimento da proposta de pesquisa neste semestre foi organizado nos seguintes tópicos:

- i. Definição do modelo matemático representativo da fenomenologia em estudo, e;
- ii. Implementação numérica do modelo estrutural.

O desenvolvimento realizado teve como principal objetivo estudar a viabilidade de uso dos elementos de mola na simulação dinâmica do sistema e elaborar o algoritmo de análise geral para a estimativa dos esforços atuantes no sistema e dinâmica do voo.

É importante mencionar que este projeto se insere no módulo de análise dinâmica de sistemas de recuperação. De fato, neste trabalho estão inclusos os principais módulos associados ao dimensionamento preliminar e análise de estabilidade de PQDs aplicados à sistemas de recuperação.

### 3.1 Formulação Matemática

Neste tópico são apresentadas as principais características do modelo matemático associado aos componentes principais do sistema de recuperação a ser simulado.

Com a finalidade de organizar esta apresentação, este tópico é dividido nos seguintes itens: (i) hipóteses aplicadas ao modelo matemático, (ii) formulação matemática da dinâmica de PQDs e (iii) formulação matemática da força de tração das linhas de suspensão e umbilicais.

#### 3.1.1 Hipóteses

- i. Regime de voo subsônico;
- ii. A carga útil é considerada como ponto fixo;
- iii. O sistema de PQD é modelado utilizando-se elementos finitos associados à mola. Não é considerado mais de um tipo de elemento na arquitetura do sistema de recuperação;
- iv. As oscilações sofridas pelo PQD são de baixa frequência;
- v. Não é considerada a interação fluido e estrutura (PQD). O campo de escoamento é calculado independentemente da presença do PQD;
- vi. O campo de escoamento é axissimétrico (seção de testes é um tubo), regime permanente e turbulento;
- vii. O modelo aerodinâmico é representado apenas pela força de arrasto no PQD. O coeficiente de arrasto é conhecido *a priori*;
- viii. Não é considerado o peso do sistema nas simulações dinâmicas;
- ix. Não é considerado efeito solo nas simulações da dinâmica do voo.

Tendo em vista que o principal objetivo nesta fase de desenvolvimento do trabalho é disponibilizar modelos matemáticos para simular a dinâmica do umbilical e linhas de suspensão e as forças relacionadas ao processo de abertura do paraquedas e de estiramento de

linhas, procurou-se focar no desenvolvimento de um código computacional que permita a realização destas análises e que seja modular o suficiente para que seja possível a inclusão nos modelos mencionados.

### 3.1.2 Modelo Matemático: Elemento de Mola

O elemento de mola, Figura 1, possui solução similar das matrizes de força e deslocamento àquela apresentada anteriormente para elemento de cabo. Trata-se de um elemento 1D e, segundo KATTAN (2006), a matriz de rigidez deduzida para este elemento é dada por:

$$k = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (4)$$

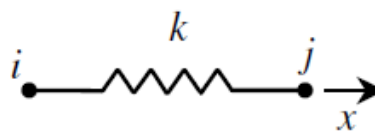


Figura 1 - Elemento de mola, KATTAN (2006)

### 3.1.3 Dinâmica do Voo

Neste trabalho foi estabelecido como configuração de elementos para as linhas de suspensão e umbilical do PQD de um sistema de recuperação apenas o elemento de mola, tendo em vista a simplicidade de implementação e o controle da “estabilidade” das simulações pretendidas quando o sistema é excitado a partir de carregamentos provenientes de um campo de escoamento subsônico (representado pela velocidade  $V_w$ ), Figura 2.

Foi adotada a configuração de elementos exibida na Figura 3 para o estudo da dinâmica de voo de PQDs em túneis de vento. O umbilical é representado por dois elementos de mola e tanto as linhas de suspensão como o velame foram representados por um elemento de mola. A escolha da constante de mola foi determinada empiricamente, ou seja, a partir dos resultados das simulações numéricas realizadas para diversas condições iniciais. O

procedimento de estudo de diferentes configurações de mola foi baseado na experiência do grupo de trabalho.

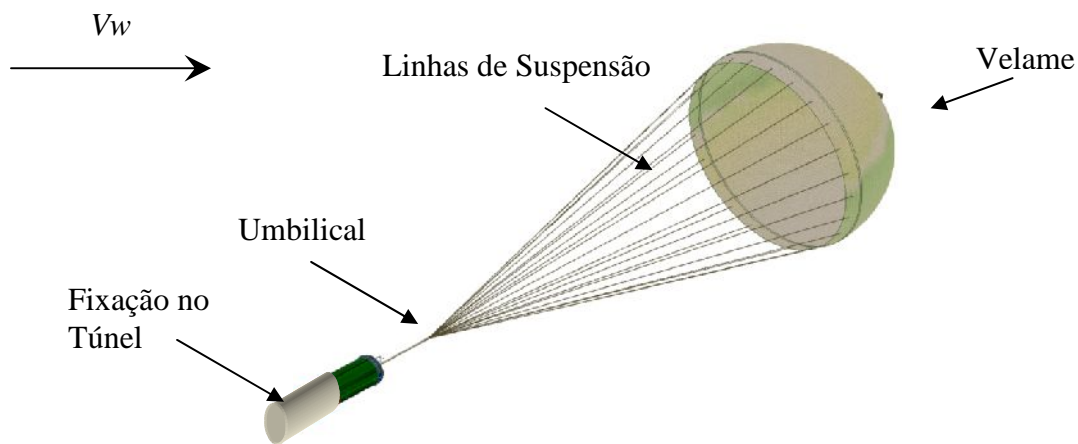


Figura 2 – Sistema PQD

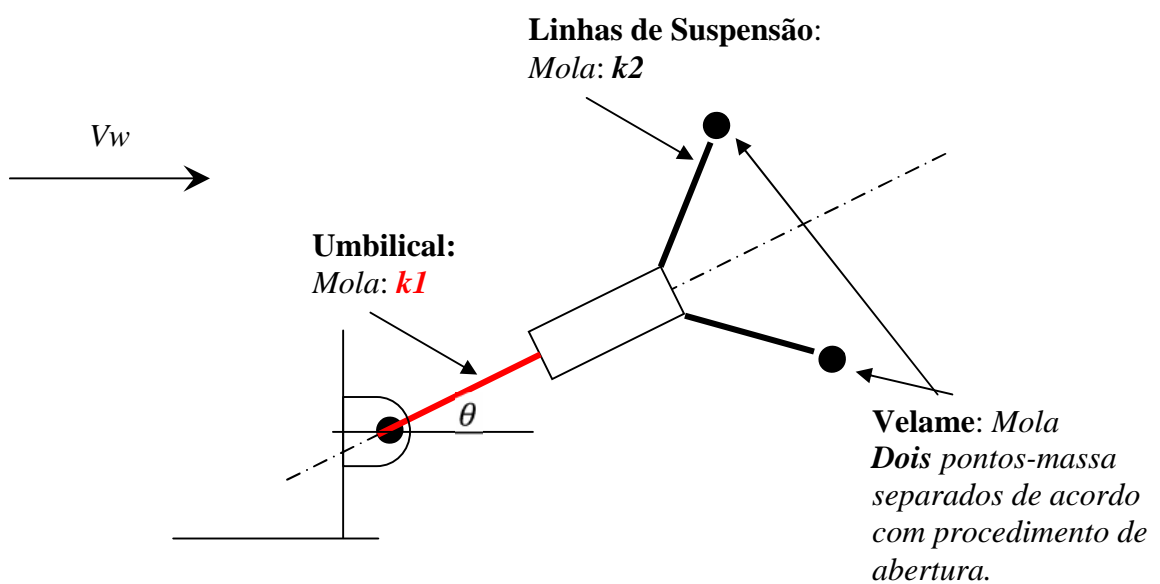


Figura 3 – Configuração utilizada nas simulações

A formulação matemática adotada para a dinâmica do voo do PQD o qual se apresenta fixo ao mastro de um túnel de vento é baseada na 2ª lei de Newton. É importante ressaltar que o fenômeno que se pretende simular é estritamente 3D. Contudo, a partir de dados experimentais, pode-se perceber que a presença de PQD em veículos em voo provoca o alinhamento do corpo na direção do vento de forma muito rápida. Esta característica foi o elemento motivador para se adotar elementos finitos 1D no estudo do estiramento de linhas. Tendo em vista esta aproximação, é necessário resolver a equação da dinâmica rotacional/translacional de forma acoplada à contribuição da força elástica e aerodinâmica (arrasto). Neste contexto, o modelo matemático para a dinâmica do voo é fundamentalmente dependente do número de elementos utilizados na descrição do sistema. Considerando o modelo supracitado, tem-se o modelo adotado, Equação (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_i = u_i \\ \dot{y}_i = v_i \\ \dot{v}_i = \frac{(signal(T_x)_i |T_x| - \xi u)}{m} \Big|_i - \frac{F_{Aer}}{m} \Big|_i \end{array} \right. \quad (1)$$

Sendo  $x$  e  $y$  as coordenadas cartesianas representativas da posição de cada nó  $i$ . As variáveis  $u$  e  $v$  representam as velocidades nodais lineares e  $T_i = k_i L_i$  representa a força de tração. Os parâmetros  $m_i$ ,  $\xi_i$  e  $F_{Aer}$  representam a massa nodal do sistema, o coeficiente de amortecimento e a força aerodinâmica.

O “sistema” que representa as características elásticas do PQD está ilustrado na Figura 5. Note que várias configurações podem ser testadas tendo em vista que o processo de resolução do referido sistema foi automatizado. Todos os detalhes associados à análise de elementos finitos podem ser encontrados na referência devido à KATTAN (2006).

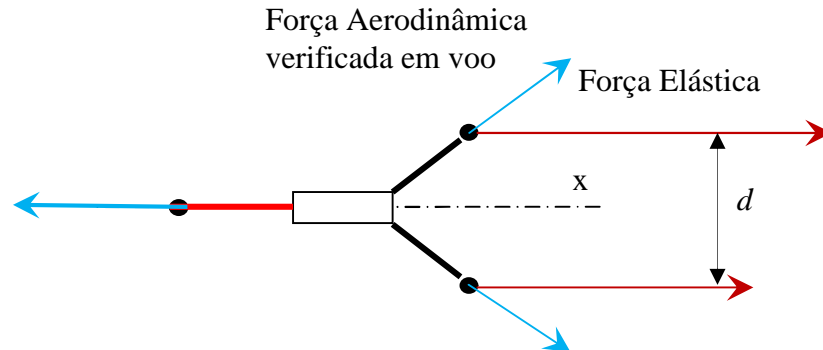


Figura 4 – Diagrama de esforços sofrido pelo sistema

### 3.1.4 Campo de Escoamento

O objetivo deste trabalho não é realizar a simulação da iteração fluido-estrutura. A ideia principal é procurar considerar, de forma simples, todas as fenomenologias envolvidas na dinâmica do voo de um PQD no interior de um túnel de vento. Dentro deste contexto, o campo de escoamento foi modelado como sendo aquele verificado em tubos, SABERSKY & ACOSTA (1964), Equação (2):

$$\frac{V}{\bar{V}_{Max}} = \left(\frac{R-r}{R}\right)^{\frac{1}{7}} \quad (2)$$

sendo  $V = V(r)$  o perfil de velocidades na direção radial ( $r$ ) em uma seção longitudinal ( $x$ ) do túnel e  $\bar{V}_{Max}$  é a velocidade máxima verificada na linha de centro do túnel. Esta velocidade é estimada conforme a referência HILL (1956):

$$\bar{V}_{Max} = a_0 \left[ 1 + \text{sen} \left( \frac{\pi x}{L} - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (3)$$

Nesta equação,  $a_0$  representa a velocidade do som na estação longitudinal do túnel em que a velocidade é zero. Finalmente, a partir do campo de escoamento são calculadas as forças de arrasto sob as quais os nós que representam o velame do PQD estarão submetidos.



$$F_{Drag} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_D \quad (4)$$

Sendo  $S_{ref}$  a área de referência (diâmetro do PQD) e  $C_D$  o coeficiente de arrasto do PQD.

### 3.2 Algoritmo Numérico

Embora a resolução do modelo matemático proposto, Equação (1), seja relativamente simples quando no uso da plataforma MATLAB®, o algoritmo associado ao tratamento da força de tração não é trivial. Este deve considerar todas as condições em que os elementos nodais serão submetidos durante a dinâmica do voo. A Figura 5 exibe a configuração de elementos de mola utilizada na apresentação de resultados deste trabalho. Todos os esforços atuantes nesta configuração em voo podem ser descritos através das condições nas quais os respectivos elementos constituintes do PQD estarão submetidos durante o voo, Tabela 1. A partir desta tabela são determinados os sinais das forças de tração que serão utilizados no modelo matemático, Equação (1). Portanto, a força nas molas de cada elemento é calculada pela resultante das componentes vetoriais de  $T$ , dadas pelas Equações (5) e (6).

$$T_x = signal(T_x)_i k_i \cdot L_i \sin(\theta_i) - signal(T_x)_{i+1} k_{i+1} \cdot L_{i+1} \sin(\theta_{i+1}) \quad (5)$$

$$T_y = signal(T_y)_i k_i \cdot L_i \cos(\theta_i) - signal(T_y)_{i+1} k_{i+1} \cdot L_{i+1} \cos(\theta_{i+1}) \quad (6)$$

De forma geral, o algoritmo de resolução do problema é descrito através do diagrama de blocos exibido na Figura 6.

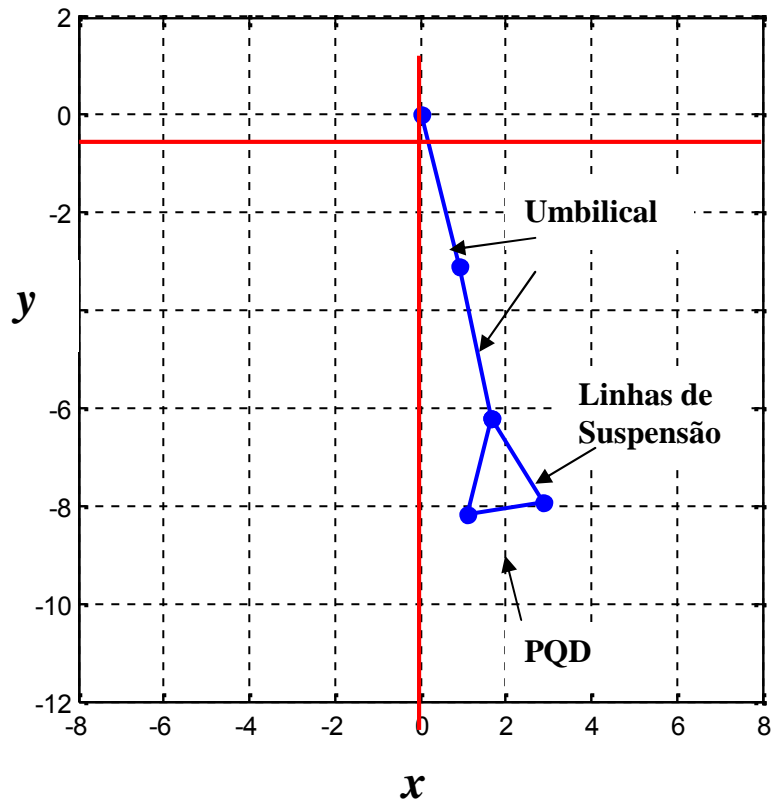


Figura 5 –Elementos de Molas Representativo do Sistema

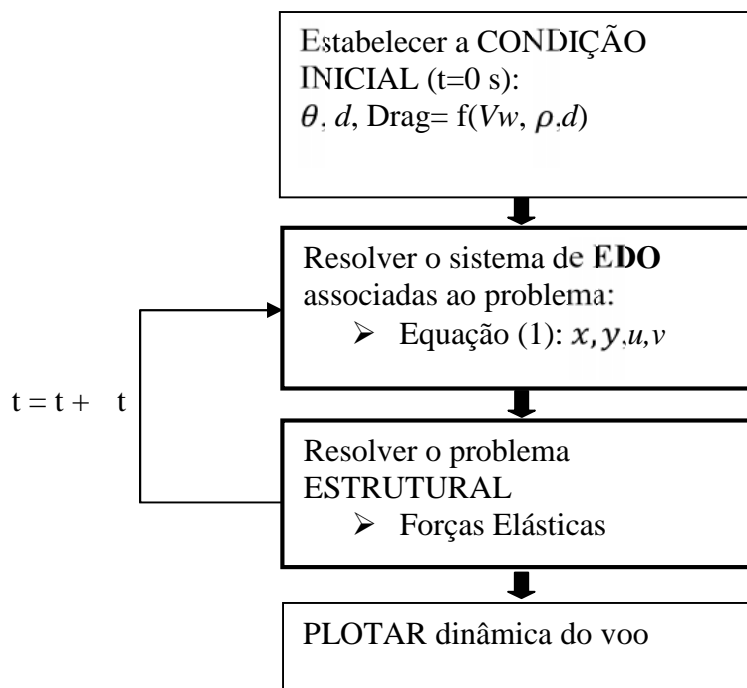


Figura 6 – Algoritmo adotado para análise numérica

Tabela 1 – Quadro de Sinais para as Forças nas Molas

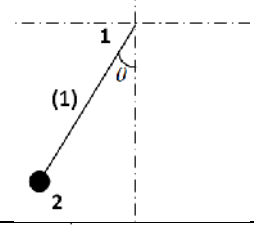
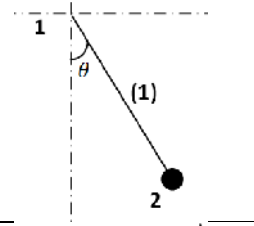
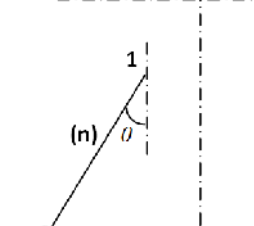
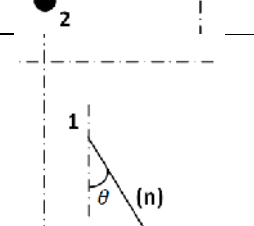
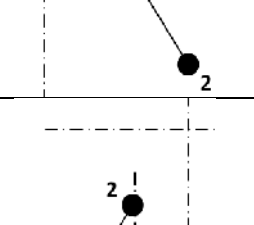
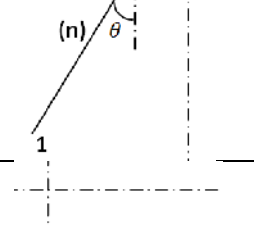
CONFIGURAÇÃO	$\Delta x = x_2 - x_1$	$\Delta y = y_2 - y_1$	TRAÇÃO	COMPRESSÃO
	$x < 0$	$y < 0$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$
	$x > 0$	$y < 0$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$
	$x < 0$	$y < 0$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$
	$x > 0$	$y < 0$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$
	$x > 0$	$y > 0$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$
	$x < 0$	$y > 0$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$

Tabela 1cont – Quadro de Sinais para as Forças nas Molas

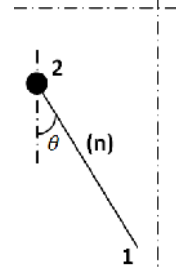
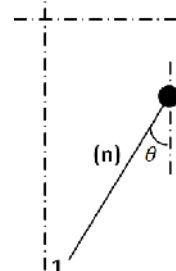
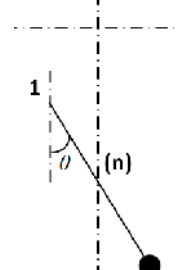
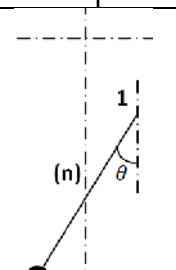
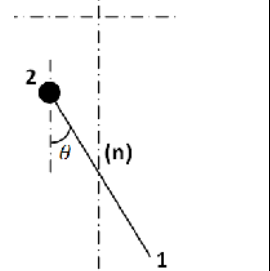
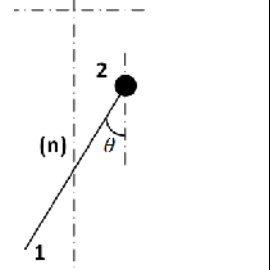
CONFIGURAÇÃO	$\Delta x = x_2 - x_1$	$\Delta y = y_2 - y_1$	TRAÇÃO	COMPRESSÃO
	$x < 0$	$y > 0$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$
	$x > 0$	$y > 0$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$
	$x > 0$	$y < 0$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$
	$x < 0$	$y < 0$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$

Tabela 1cont – Quadro de Sinais para as Forças nas Molas

CONFIGURAÇÃO	$\Delta x = x_2 - x_1$	$\Delta y = y_2 - y_1$	TRAÇÃO	COMPRESSÃO
	$x < 0$	$y > 0$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$
	$x > 0$	$y > 0$	$\begin{cases} T_x < 0 \\ T_y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} T_x > 0 \\ T_y > 0 \end{cases}$

#### 4. Resultados

Nesta fase do trabalho foram automatizados todos os eventos associados ao processo de análise da dinâmica do voo do PQD, quais sejam: modelo aerodinâmico, modelo estrutural e modelo de dinâmica do voo. O programa computacional foi escrito de forma a permitir a inclusão de qualquer configuração de elementos de mola que não contemple mais de um ciclo fechado. Neste tópico é apresentado um exemplo completo de simulação cujos dados de entrada estão disponíveis nas Tabelas 2 e 3. A nomenclatura adotada está ilustrada na geometria do sistema, Figura 7.

É importante salientar que as equações da dinâmica do voo são escritas apenas para o nó 2 de cada elemento (bolas azuis na Figura 7). Portanto, para o presente caso, o modelo matemático considera um conjunto de 20 equações diferenciais ordinárias.

Tabela 2 – Dados dos elementos de Mola

Elemento	Massa [kg]	Comprimento de Equilíbrio [m]	Constante de Mola [N/m]	Constante de Amortecimento
(1)	2	3	784	0,1
(2)	2	2	784	0,1
(3)	10	2	784	0,1
(4)	10	2	784	0,1
(5)	2	2	784	0,1

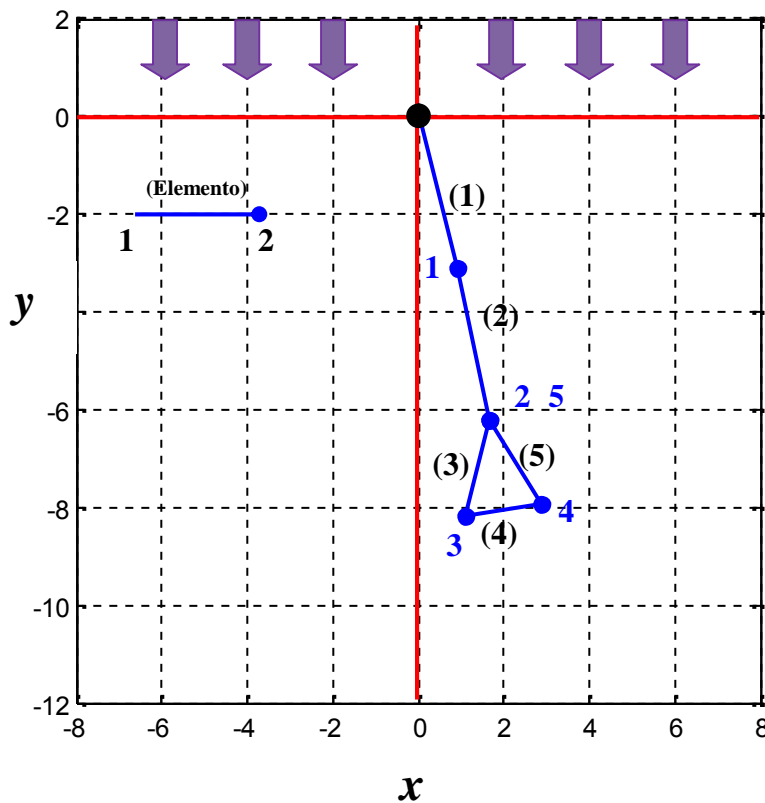


Figura 7 – Nomenclatura adotada no problema

Conforme citado anteriormente, o problema não considera a iteração fluido-estrutura. Contudo, a fim de se estabelecer o procedimento lógico de análise, o modelo aerodinâmico foi incluído no algoritmo de cálculo através da interpolação dos esforços aerodinâmicos (arrasto) para os nós 3 e 4. O campo de escoamento está ilustrado nas Figuras 7 (campo de velocidades) e 8 (campo de esforços).

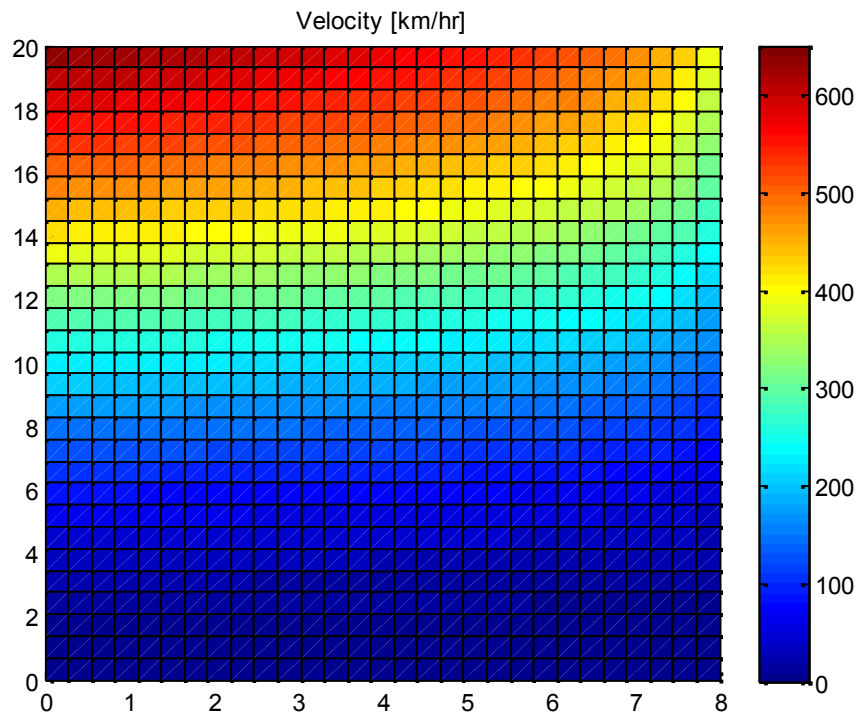


Figura 7 –Campo de Escoamento: Velocidades

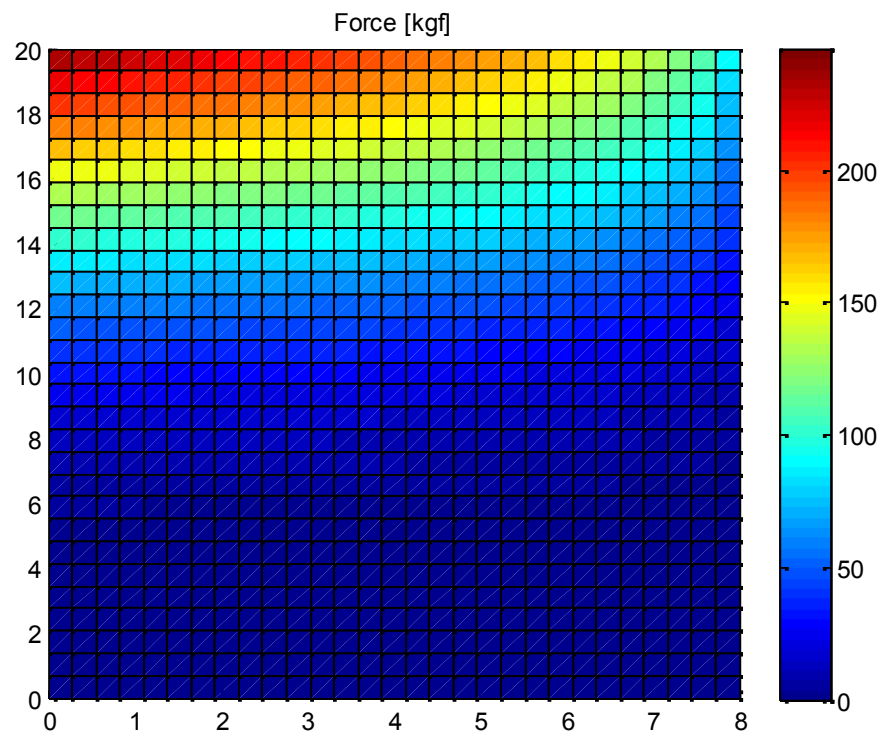


Figura 8 –Campo de Escoamento: Força de Arrasto

Os resultados obtidos para os deslocamentos nodais estão disponibilizados nas Figuras 9 e 10. A Figura 11 exibe a animação do movimento estrutural. É interessante citar que o uso do coeficiente de amortecimento é fundamental para se conseguir estabilidade no sistema. O critério adotado para a estimativa do valor deste coeficiente baseou-se no tempo em que o sistema leva para atingir o regime permanente (cerca de 35 s). Este critério ainda está em estudo desde que são muitos os fatores que alteram esta figura de mérito.

A estimativa das constantes de rigidez do sistema teve como referência o comportamento do umbilical e os esforços de tensão nos elementos de mola. Observa-se em ensaios em túnel de vento e em voo que o umbilical do PQD permanece tenso após o seu completo estiramento. Neste trabalho foi adotado um umbilical com dois elementos de mola com o objetivo de se verificar esta afirmativa empírica. As tensões verificadas nos elementos durante a simulação estão dispostos na Figura 12. As maiores tensões são da ordem de 30 kgf. Trata-se de um resultado que não foi validado. O objetivo aqui foi apenas ilustrar a potencialidade do método. Cabe mencionar que estes valores sofrem grandes variações quando se considera diferentes combinações de valores para a constante de rigidez e comprimento de cabo (e/ou linhas de suspensão).

Os resultados obtidos são extremamente interessante pois viabilizam opções para o dimensionamento de subsistemas de PQDs tais como linhas de suspensão, umbilical, diâmetro de projeto do PQD, entre outros aspectos. As principais figuras de mérito são a estabilidade do sistema, o tempo em que o mesmo atinge regime permanente e as maiores tensões observadas durante processos de abertura.



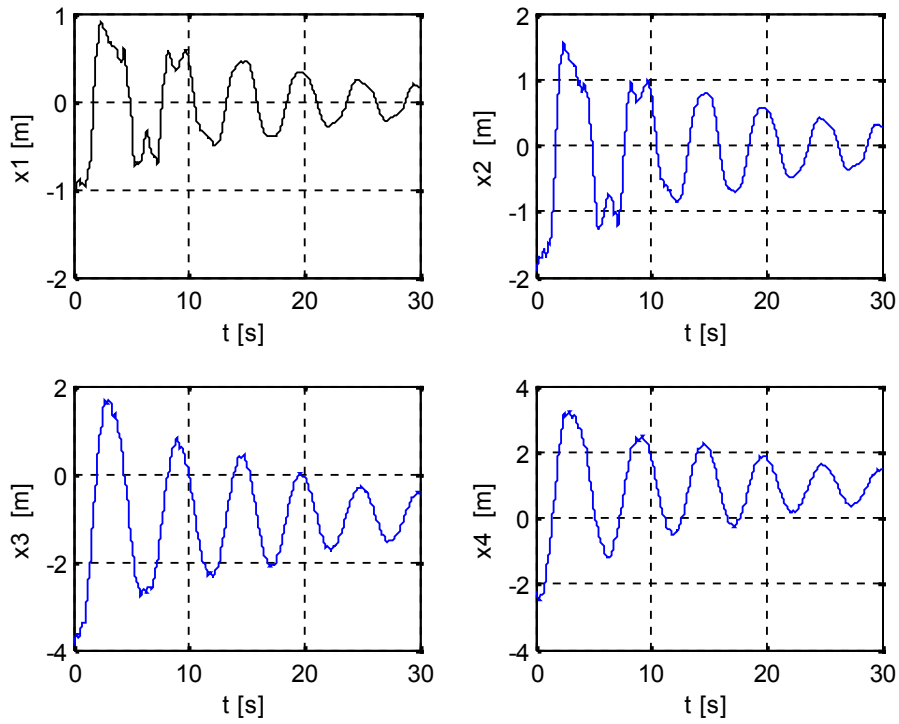


Figura 9 –Coordenadas cartesianas X

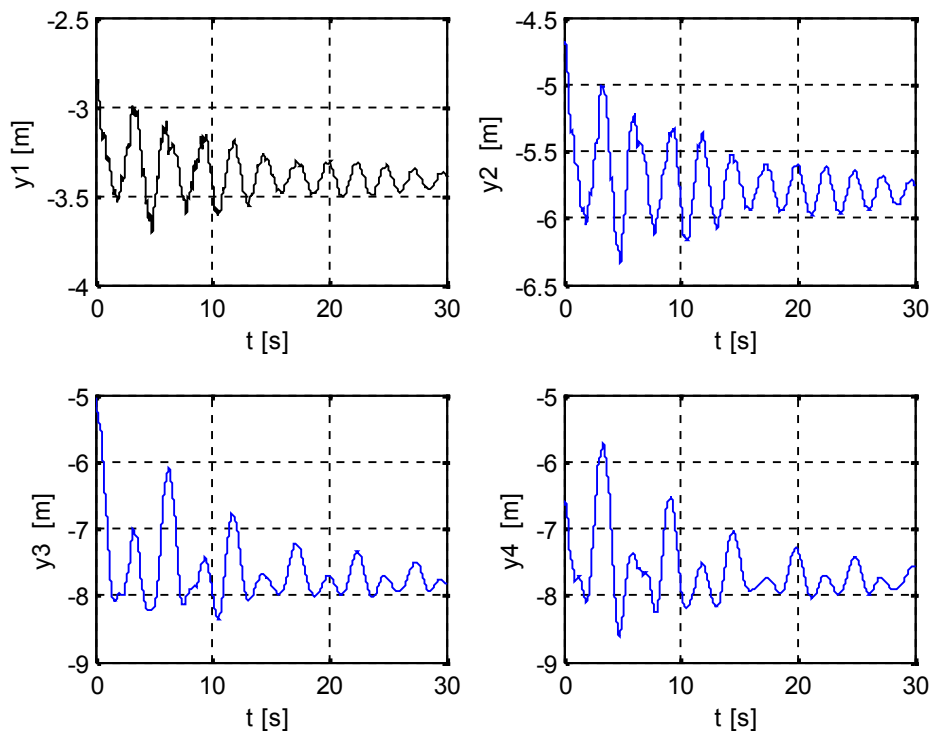


Figura 10 –Coordenadas cartesianas Y

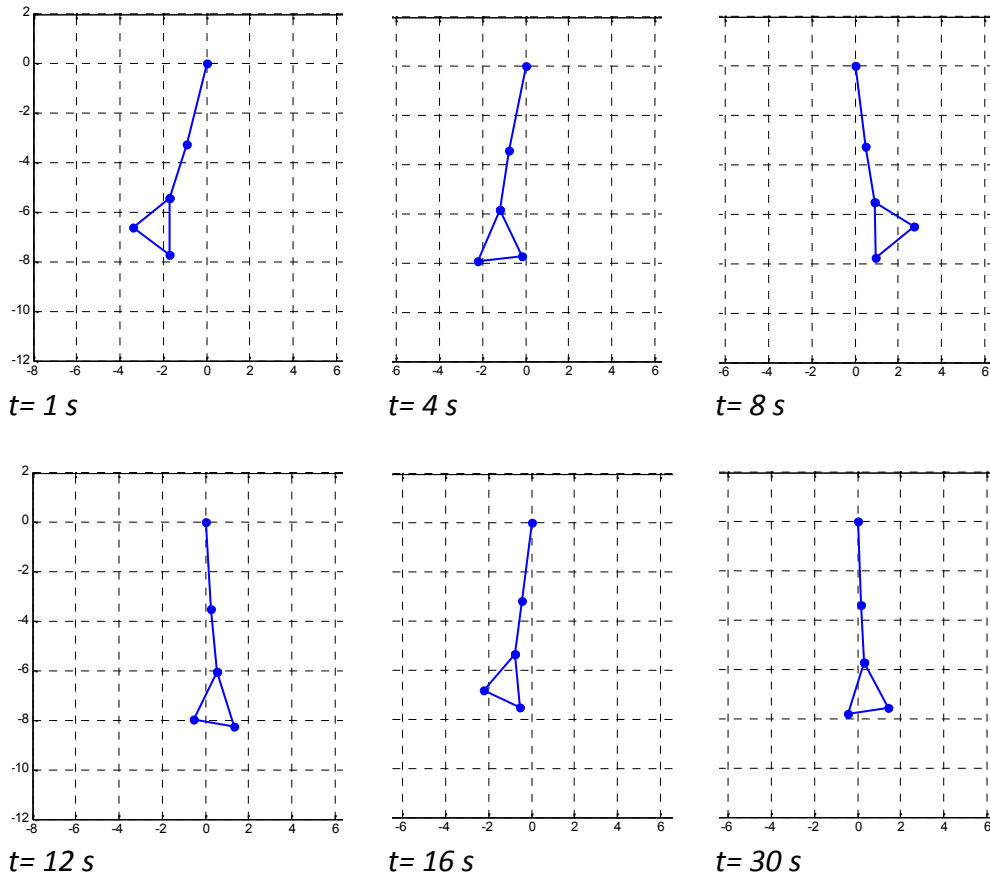


Figura 11 – Animação do movimento

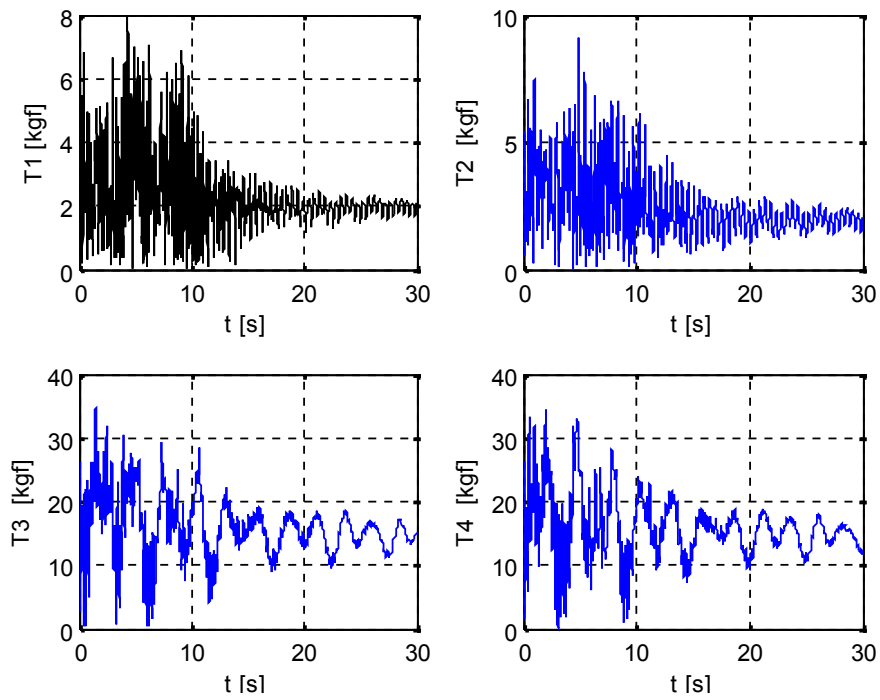


Figura 12 – Tensões nos elementos de mola

## 5. Conclusões

Este trabalho é a etapa fundamental no processo de simulação completa de um PQD submetido ao carregamento aerodinâmico do escoamento em um túnel de vento. Nesta fase do trabalho foi elaborado um modelo matemático que permite o dimensionamento preliminar de sistemas de recuperação no que diz respeito à estabilidade e esforços atuantes em processos relevantes de emprego. Este modelo foi implementado numericamente utilizando-se a plataforma MATLAB®.

Os resultados obtidos podem ser considerados satisfatórios desde que retratam com certa fidelidade o comportamento esperado de PQDs em túneis de vento. A comparação não foi efetiva, contudo, a ferramenta matemática poderá se tornar bastante promissora quando aplicada de forma integrada com técnicas de identificação de parâmetros e resultados experimentais disponíveis na literatura técnica da área.

Entre as principais implementações que darão continuidade a este trabalho, destacam-se:

- i. Inclusão do processo de abertura através da variação do comprimento de equilíbrio do diâmetro do PQD. Esta variação deve ser, inicialmente, definida através de uma função empírica;
- ii. Inclusão do velame com mais de 2 nós;
- iii. Identificação dos valores das constantes de rigidez e amortecimento através de técnicas de Identificação de Parâmetros.

## REFERÊNCIAS UTILIZADAS

- KATTAN, P.I. **MATLAB Guide to Finite Elements**. 2. Ed. New York: Springer, 2006;
- SABERSKY, R.H., ACOSTA, A.J. **Fluid Flow – A First Course in Fluid Mechanics**, McMillan Company, 1964, p.393
- HILL, J.A.F., BARON, J.R., SCHINDEL, L.H. and MARKHAM, J.R. **Mach Number Measurements in High Speed Wind Tunnels**. North Atlantic Treaty Organization, Advisory Group for Aeronautical Research and Development, 1956.



## REFERÊNCIAS CONSULTADAS

- BAKER, A. J., PEPPER, D. W. **Finite Elements 1-2-3**. McGraw-Hill, Inc. 1991. p.341;
- FONSECA, J. **Ferramentas de Simulação em Mecânica: Elementos Finitos**. Material compilado para a disciplina de Elementos Finitos para Graduação e Pós-graduação em Engenharia Mecânica. UFRGS. 2002. p. 88
- SILVA, A.L.B.B.G., **Matrizes de Transformação Linear para Análise de Assinaturas Radar Multi-Modal Micro Doppler de Estruturas Aeroespaciais**. IAE-PIBIC, 2014-2015.
- SILVA, A.L.B.B.G., **Análise de Assinaturas Radar Multi-Modal Micro Doppler de Sistemas Dinâmicos de Aplicação Aeroespacial**. IAE-PIBIC, 2015-2016..
- THOMPSON, S.R. **Displacement of Tethered Hydro-Acoustic Modems by Uniform Horizontal Currents**. Naval Postgraduate School, Monterrey, 2009.
- ZIENKIEWICZ, O. C. **The finite element method. V.1. Basic Formulation and Linear Problems**. McGraw-Hill International, 1994. p.648;