

Relatório Final

Título do projeto de pesquisa:	Sistema de Controle de Atitude por empuxo auxiliado
	por sensores MEMS
Bolsista:	Thiago Neves Cunha
Orientador (a):	Euler Gonçalves Barbosa
Período a que se refere o relatório:	Fevereiro de 2016 a julho de 2016

Resumo

Este trabalho tem como objetivo desenvolver simulações de um sistema de controle de atitude. São modelados a planta, o sistema de controle e o sensor MEMS para que tenham respostas mais verossímeis a um sistema real. Além das equações de cinemática e dinâmica que descrevem os sinais dos girômetros, também são incluídos parâmetros característicos como ruídos e deriva (variação aleatória). As simulações tiveram início em estágios anteriores deste trabalho e foram desenvolvidas na Plataforma de Controle de Atitude por Empuxo (SICA). As simulações apresentadas aqui são baseadas em um sistema sendo atuado em torno do centro de gravidade de um corpo rígido, situação desejada em sistemas práticos. Os resultados da simulação demonstraram uma resposta semelhante à da plataforma no eixo de rolamento, boa representação nos ruídos simulados dos sensores e um sistema de controle capaz de controlar três eixos de liberdade de um corpo rígido em um ambiente sem atrito e sem gravidade utilizando Quatérnios.

1. Introdução

Este relatório apresenta abordagens matemáticas para simulação de um corpo rígido controlado por empuxo. O objetivo é conseguir replicar primeiramente o simulador do LICS e posteriormente um corpo com três graus de liberdade em um ambiente sem distúrbios externos. Sensores inerciais reais são usados como referência. As simulações devem ser capazes de validar leis de controle implementadas em sistemas reais.

2. Sistemas Inerciais BLG e STIM300.

Segundo Jekeli C., o sensor BLG encontra-se na classe de sensores de navegação, com estabilidade de bias entre 0.0001°/hr e 0.1°/hr e fator de escala de estabilidade entre 1 e 100



ppm. Já o STIM300 possui uma classe mais baixa e encontra-se na divisão de sensores inerciais comerciais, apresentando estabilidade de bias entre 0.1°/H e 10000°/hr e fator de escala de estabilidade maior do que 100 ppm. Uma breve descrição dos sensores inerciais pode ser encontra em [4]. A figura 1 a seguir demonstra os eixos de referência da SICA e do sensor STIM300.





Figura 1: Eixos de referência

Os sensores foram utilizados neste trabalho como referência para simular seus ruídos (variação de medida recebidas mesmo sem excitação ao sensor) característico.

2.1 Estimação de atitude via Quatérnios

Assim como nos estágios passados desde trabalho [4] a abordagem usada para estimação de atitude de um corpo a partir de uma referência conhecida são os Quatérnios. Os quais possuem a seguinte estrutura:

$$Q = q_1 \, q_2 \, q_3 \, q_4 \tag{1}$$

Os três primeiros termos são vetoriais e imaginários

O quarto termo é real e escalar.

Quatérnios representam uma única atitude, fato que facilita seu uso uma vez que não possua interpretação física clara.

A obtenção de atitude de um corpo cujo o qual possui velocidades angulares mensuráveis, é feita a partir da integração da derivada dos parâmetros de atitude. Há mais de uma técnica de integração numérica, como por exemplo, a integração utilizada em [4]. Descrita a seguir:



$$Q_{instâneo} = expm^{(0,5.5.dt)} \cdot Q_{anterior}$$
(2)

S = Matriz de velocidades angularesdt = Tempo de intervalo de iteração

E a abordada aqui:

$$\dot{Q} = 0,5.S.Q_{anterior}$$

$$Q_{integrado} = \int_{ti}^{tf} \dot{Q} dt$$

$$Q_{instântaneo} = \|Q_{integrado}\|$$
(3)

Este método proporciona menor tempo de processamento computacional comparado a integração que faz uso da função "expm" (exponencial, no caso, de uma matriz 4x4) e a abordagem clássica de estimação por ângulos de Euler. Basicamente a integração que utiliza normalização faz uso de menos operações matemáticas do que a técnica citada anteriormente. Para se utilizar a técnica de normalização, é importante conhecer duas propriedades dos Quatérnios. A primeira impõe que a soma dos quadrados de cada termo de um Quatérnio deve ser igual a um.

÷

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \tag{4}$$

E a segunda que a multiplicação de Quatérnios pode representar fisicamente uma rotação, ou seja, um Quatérnio além da representação de atitude pode funcionar como um operador. O exemplo a seguir representa uma rotação de 45 graus em torno do eixo Z na orientação inicial e conhecida de um corpo, representada pelo Quatérnio 0 0 0 1:

$$Q_{rotaciondo} = \begin{bmatrix} 0,71 & 0,71 & 0 & 0 \\ 0,71 & 0,71 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,71 & 0,71 \\ 0 & 0 & 0,71 & 0,71 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(5)



Segundo Twari, A. se a aquisição de velocidades angulares de um corpo for feita em curto intervalo de tempos fixos, é possível utilizar essas amostras de velocidades como Quatérnios operadores, que a cada pequeno intervalo são multiplicados pelo Quatérnios de atitude. Embora essa abordagem seja muito simples, o processo de integração direto faz com que o Quatérnio perca sua propriedade demonstrada na equação (4), utilizando a normalização vista na equação (3), é possível contornar o problema fazendo com o que o Quatérnio permaneça com termos unitários após a integração a cada iteração numérica.

2.2 Dinâmica

As simulações foram iniciadas a fim de se testar leis de controle para mais de um grau de liberdade e diminuir o uso da SICA, que necessita de muito tempo de preparo e proporciona pouco tempo de ensaio. Além disso, na figura 2 a seguir é possível perceber que uma haste conectada a semiesfera cria restrições ao se mover o conjunto mais do que 10° de inclinação em seu eixo vertical. Tornando o sistema muito limitado para ensaios com objetivo do controle de três graus de liberdade.



Figura 2: Restrição mecânica da SICA

Com objetivo de focar as simulações na representação de atitude e leis de controle aplicadas a um corpo sem influência de atrito e ação da gravidade, apenas os torques de controle foram considerados para cálculo. Outra importante alteração em relação a última simulação apresentada [4] é como a distribuição de massa do corpo simulado é representada matematicamente. Segundo De Ruiter et al. a matriz de inércia pode ser representada pelos principais momentos de inércia do corpo, que a partir do centro de massa pode ser descrita por:

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0\\ 0 & I_y & 0\\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$
(6)



A equação de Euler também é utilizada para cálculo da dinâmica e é descrita por:

$$I_{x}\dot{\omega}_{x} + (I_{z} + I_{y})\omega_{y}\omega_{z} = T_{x}$$

$$I_{y}\dot{\omega}_{y} + (I_{x} + I_{z})\omega_{x}\omega_{z} = T_{y}$$

$$I_{z}\dot{\omega}_{z} + (I_{y} + I_{x})\omega_{x}\omega_{y} = T_{z}$$
(7)

A partir dos torques conhecidos e da manipulação da equação de Euler para que a aceleração angular fique isolada, é possível integrar as acelerações no tempo e adquirir as velocidades angulares, que representam o comportamento do corpo desejado em função dos torques aplicados. A equação da derivada da velocidade angular é dada por:

$$\dot{\omega} = \frac{T' + I\omega' \, x \, \omega'}{I'} \tag{8}$$

A representação matemática usada anteriormente em [4], era uma função de transferência: 1/Js², na qual um torque de entrada gerava uma posição angular de saída. Esta função apresenta boa representatividade do comportamento de um corpo com apenas um grau de liberdade de rotação, mas ao trabalhar com um controlador de três graus de liberdade a simulação da dinâmica do corpo deve levar em conta a interação de seus principais momentos de inércia.

2.3 Ruído simulado

Ao analisar a estimação de atitude em ensaios na SICA, utilizando os sensores inerciais, podese perceber uma variação da medição de velocidade mesmo com o sistema parado. Essas variações são definidas como ruídos e não são desejados para o sistema, esses valores "incorretos" geram diferença entre a posição estimada utilizando o sensor e a posição real do corpo.

Para que a simulação pudesse representar melhor o sistema real, estes ruídos característicos foram somados aos valores de velocidades angulares calculados na simulação.

Os valores de ruídos seguem o método desenvolvido por Farrenkopf [6]. Ele define que o ruído de um sensor é composto pelo *drift-rate bias* e pelo *drift rate noise*. Estes valores são respectivamente representados por um ruído branco e a integral de um segundo ruído branco. Portanto a equação da velocidade angular, com ruído, é definida por:



$$\omega = u - b - n_1 \tag{9}$$

 $\omega = velocidade angular combinada com ruído$ <math>u = velocidade angular pura b = integral de um segundo ruído branco $n_1 = ruído branco$

2.4 Lei de controle

A SICA disponibiliza doze atuadores pneumáticos, seis para cada sentido de rotação, capazes de gerar 2 N de empuxo. Para o cálculo de torque são consideradas as distâncias do ponto de atuação dos atuadores e o centro de gravidade do corpo. Sendo assim, o torque disponível em torno dos eixos X, Y e Z são respectivamente 4 Nm, 1 Nm e 1 Nm.

A lei de controle utilizada tanto na simulação quanto na plataforma foi baseada na equação, descritas por De Ruiter et al., que calcula o torque relacionado ao erro de atitude e as velocidades angulares de um corpo.

O erro de atitude, diferença entre atitude desejada e a atual, é calculado a partir de Quatérnios. Como citado anteriormente, um Quatérnio além de representar uma atitude pode funcionar como um operador, como segue:

$$Q_r = Q_t Q_i \tag{10}$$

 $Q_r = Quatérnio Rotacionado$ $Q_t = Quatérnio de Transformação$ $Q_i = Quatérnio Inicial$

A partir da equação (10) podemos isolar Qt a fim de identificar um Quatérnio que representa o quanto o corpo, em um instante 't', deve ser rotacionado para que se chegue a atitude desejada.

$$Q_t Q_i Q_i^{-1} = Q_r Q_i^{-1}$$
 (11)
 $Q_t = Q_r Q_i^{-1}$

O Quatérnio Q_t demonstra que nenhuma outra rotação é necessária quando:

Instituto de Aeronáutica e Espaço Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica



$$Q_t = 0\ 0\ 0\ 1 \tag{13}$$

Agora que foi demonstrado como calcular a diferença entre atitudes utilizando Quatérnios, a lei de controle para um sistema não linear utilizando o torque pode ser descrita por:

$$T_j = K_j e_i - K_{dj} \omega_j$$
 (14)
(*i* = 1, 2, 3) (*j* = *X*, *Y*, *Z*)

T = Torque $K_j = Ganho \ sobre \ o \ erro$ $e_i = termos \ q_1, q_2, q_3 \ do \ Quatérnio \ de \ erro$ $K_{dj} = Ganho \ sobre \ as \ velocidades \ angulares \ dos \ eixos \ do \ corpo$

Ao utilizar lei de controle descrita na equação (14) é importante frisar que alterações nos primeiros três parâmetros de um Quatérnio implicam em alterações nas direções dos eixos X, Y e Z do corpo, respectivamente.

Uma vez que a lei de controle tenha como saída um valor de torque, uma lógica deve ser aplicada para que a lei possa ser utilizada nos atuadores com apenas dois estados: ligados ou desligados. A lógica a seguir descreve o comportamento dos atuadores em função dos torques:

> Se T_j (j = X, Y, Z) > 0, Atuadores de sentido positivo = ligado; Atuadores de sentido negativo = desligado.

Se T_j (j = X, Y, Z) < 0, Atuadores de sentido negativo = ligado; Atuadores de sentido positivo = desligado.

Se T_j (j = X, Y, Z) = 0, Atuadores de sentido negativo = desligado; Atuadores de sentido positivo = desligado



Na lógica apresentada, é importante perceber que todos os atuadores apenas estarão desligados quando o valor de torque for igual a zero. O cálculo de torque está em função de velocidades angulares adquiridas por sensores com ruídos, o que torna praticamente impossível que o torque seja calculado e tenha resultado zero. A fim de evitar este problema em sistemas reais, uma zona morta pode ser definida para que entre dois determinados valores de torques os atuadores sempre estejam desligados.

2.5 Diagrama de bloco da simulação

Com intenção de deixar mais clara a interpretação da simulação um diagrama de blocos foi gerado utilizando a plataforma de programação Simulink. Note que o diagrama possui função ilustrativa.



Figura 3: Diagrama de bloco da simulação

3. Resultados

A figura 4 a seguir demonstra as amplitudes de cem amostras dos ruídos reais e simulados respectivamente.

Instituto de Aeronáutica e Espaço Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica





Figura 4: Gráfico do ruído real e do ruído simulado

A figura 5 a seguir apresenta a diferença de estimativa de atitude, sem e com ruído de velocidades angulares, após dez segundos de simulação.

Euler Angles - Ruído
phi
0,853118
theta
-0,0288524
psi
-0,706455

Figura 5: Erro de atitude devido ruído

Resposta em ângulos, atuados pela lei de controle descrita anteriormente, dos três eixos de um corpo simulado. Na qual as referências a serem atingidas são: 45°, -45° e 85°.



Figura 6: Curva angular dos X, Y e Z do corpo simulado.

4. Conclusões

Podemos perceber que a lei de controle aplicada gerou bons resultados para controle simultâneo de três eixos do corpo, assim como o ruído simulado demonstrou comportamento semelhante ao ruído real do sensor escolhido. Uma vez que as respostas das simulações tenham sido



satisfatórias, os próximos passos devem ser aplicar o sistema de controle a sistemas reais. Dada a dificuldade de gerar um ambiente sem gravidade, uma maneira de gerar bons resultados é com a simulação hardware in the loop, utilizando sensores para estimar a atitude.

Além do esforço de gerar ambientes de simulação mais verossímeis possíveis, também é interessante trabalhar nas estratégias de controle, focando em tempo de atuação ou esforço mínimo, por exemplo. E na utilização de mais de um sensor para obter uma atitude mais precisa.

5. Divulgação dos Resultados

A partir deste trabalho foi gerado um artigo com o título: *Atittude Estimation Analysis Obtained From MEMs and Inertial Class Gyros Using Quaternions and Euler Angles Approach*. Este foi publicado com verbas de projetos do IAE no Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM).

O artigo apresentou a estimação de atitude via ângulos de Euler e Quatérnios utilizando velocidades angulares dos sensores apresentados aqui. Apenas a cinemática foi considerada na estimação, ou seja, nenhum cálculo de dinâmica foi desenvolvido.

Referências

[1] L. Machuca, L.C. Sobrinho, A.P. de Paula (2003). *Simulação de controle de atitude em mesa de Mancal Aerostático*, Trabalho de Graduação, Universidade Brás Cubas.

[2] Tewari, A. (2007). *Atmospheric and Space Flight Dynamics*. Kanpur, Uttar Pradesh, Índia: Birkhäuser.

[3] Jekeli C. (2001). *Inertial Navigation System with Geodetic Applications*. Berlin, Alemanha: Walter de Gruyter.

[4] Cunha T. Sistema de Controle de Atitude por empuxo. São José dos Campos: IAE, 2015.10p.

[5] De Ruiter Anton H.J., Damaren C. J., Forber J. R. (2013). *Spacecraft Dynamics and Control an Introduction*. United Kingdom: John Wiley & Sons, Ltd.

[6] Farrenkopf, R.L., "Analytic Steady-State Accuracy Solutions for Two Common Spacecraft Attitude Estimators," Journal of Guidance and Control, v. 1, p. 282-284, Jul./Ago. 1978.